



INSTITUTO POLITÉCNICO  
DE VIANA DO CASTELO

Ana Isabel Coutinho Pereira

# A visualização e o sentido de número: um estudo no 1º ano de escolaridade

Curso de Mestrado em Educação  
Especialização em Didática da Matemática e das Ciências

Trabalho efetuado sob a orientação da  
Professora Doutora Ana Barbosa

Maio de 2013

## **AGRADECIMENTOS**

O desenvolvimento deste trabalho só foi possível com o apoio de diversas pessoas que contribuíram para a sua concretização. Neste sentido não poderia deixar de agradecer:

À minha orientadora, Professora Doutora Ana Barbosa, pela sua orientação, disponibilidade, sugestões e contributos, sem os quais este trabalho não seria possível.

À professora e aos alunos que entrevistaram, pelo empenho e disponibilidade que demonstraram.

Ao painel de investigadores e professores que se disponibilizaram para a análise crítica das tarefas propostas neste estudo.

Aos investigadores com os quais contactei e tiveram a amabilidade de me enviar artigos que foram importantes para a fundamentação teórica: Douglas Clements, Gerald Goldin e Janette Bobis.

À Sónia por se ter mostrado disponível e ajudado quando necessário.

A todas as pessoas que se disponibilizaram para ler este trabalho.

Aos meus colegas do grupo de Mestrado pela amizade e apoio.

À minha família pelo apoio prestado.



## RESUMO

O presente estudo, integrado na área da Didática da Matemática, tem como principal objetivo compreender a forma como as tarefas de contagem em contextos visuais influenciam o desenvolvimento do sentido de número em alunos do 1º ano de escolaridade. Neste âmbito foram definidas as seguintes questões de investigação: 1. Que estratégias mobilizam os alunos na resolução das tarefas de contagem em contextos visuais? 2. Que dificuldades manifestam os alunos na resolução dessas tarefas? 3. Qual o impacto das tarefas de contagem em contextos visuais no desenvolvimento do sentido de número?

Elaborou-se uma proposta pedagógica constituída por 13 tarefas centradas em contextos visuais, e que foram implementadas ao longo de 13 sessões, durante o ano letivo 2011/2012. Em termos metodológicos optou-se por uma metodologia de investigação qualitativa e pelo *design* de estudo de caso. Realizaram-se assim dois estudos de caso, com alunos do 1º ano de escolaridade, que foram escolhidos criteriosamente. Os métodos de recolha de dados foram a observação, entrevistas, documentos, gravações áudio e vídeo e registos fotográficos.

Concluiu-se que os contextos visuais permitiram a emergência de estratégias de contagem diversificadas. Quando estes contextos estavam associados a situações conhecidas, os alunos sentiram-se mais motivados e mobilizaram conhecimentos prévios, abandonando estratégias como a contagem um a um. Contudo, quando as disposições apresentadas não eram suficientemente intuitivas, surgia novamente a contagem um a um por constituir uma estratégia fácil e segura para os alunos. Não só o contexto mas também o trabalho realizado na sala de aula influencia o tipo de estratégias de contagem usadas. Neste sentido, é natural que os alunos que não estejam familiarizados com este tipo de tarefas, privilegiem, pelo menos na fase inicial, o contexto numérico por não sentirem segurança nas estratégias associadas à visualização, gerando situações de incoerência entre o registo e raciocínio utilizado. Torna-se assim essencial promover a argumentação, privilegiando a discussão de ideias em sala de aula. Face à diversidade de estratégias encontradas, salienta-se que o sentido de número é uma capacidade pessoal e que tem a ver com as ideias associadas ao número que foram sendo construídas sucessivamente pelos alunos.

**Palavras-chave:** sentido de número; visualização; estratégias de contagem; aprendizagem.



## ABSTRACT

The present study, in the area of Didactics of Mathematics, aims primarily to understand how counting tasks in visual contexts influence the development of number sense in first grade students. In this sense the following research questions were defined: 1. Which strategies do students use when they solve counting tasks in visual contexts? 2. Which difficulties do they manifest when they solve these tasks? 3. What is the impact of counting tasks in visual contexts on the development of number sense?

A pedagogical proposal with thirteen tasks was developed with focus in visual contexts, that were implemented throughout thirteen lessons, during the school year of 2011/2012. The study followed a qualitative methodology with a case study design. Two case were constructed, with first grade students that were chosen criteriously. Data collection was conducted through participant observation, interviews, documents, audio-video recordings and photographs.

In conclusion the visual contexts allowed the emergence of different counting strategies. When these visual contexts were associated to well-known situations, the students felt more motivated and they used their previous knowledge, abandoning one by one counting. However, when the spatial arrangements presented weren't intuitive enough, one by one counting emerged because this is a easy and safe strategy. Not only the context but also the class environment can influence the counting strategies used. In this sense, it's natural that students that don't know these tasks, they begin to prefer the numerical context because they don't have self-confidence in visual strategies, generating incoherent situations between reasoning and registers. So it's essential to promote argumentation, privileging the discussion of ideas. Considering the diversity of strategies found, it's important to highlight that number sense is a personal ability, related to ideas associated to number that were built successively by students.

**Key-words:** number sense; visualization; counting strategies; learning.



## ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS .....	iii
RESUMO .....	v
ABSTRACT.....	vii
LISTA DE ABREVIATURAS .....	xiii
ÍNDICE DE TABELAS .....	xv
ÍNDICE DE FIGURAS .....	xv
CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO .....	3
Problema e questões de investigação .....	3
Pertinência do estudo .....	3
Organização Geral .....	5
CAPÍTULO II – REVISÃO DE LITERATURA.....	7
Sentido de número: que significado? .....	7
As componentes do sentido de número e o seu desenvolvimento nos primeiros anos de escolaridade .....	10
O sentido de número no Currículo .....	17
O desenvolvimento do sentido de número: a importância da visualização .....	21
CAPÍTULO III – METODOLOGIA.....	29
Opções metodológicas .....	29
Participantes e escolha dos casos .....	30
O papel da investigadora.....	31
Recolha de dados .....	32
Observação.....	32
Entrevistas.....	33
Documentos .....	35
Gravações áudio e vídeo e registos fotográficos .....	36
Síntese.....	37
Seleção das tarefas.....	37
Calendarização do estudo e procedimentos .....	39
Análise de dados .....	40
CAPÍTULO IV – A TURMA .....	45
Caracterização da turma .....	45



A exploração das tarefas .....	46
Tarefa 1: As unhas da Sara .....	46
Tarefa 2: Quantos viste?.....	48
Tarefa 3: A Rua dos Números Perdidos .....	51
Tarefa 4: As cartas do País das Maravilhas .....	53
Tarefa 5: Cartas com pintas .....	57
Tarefa 6: Calcula com a Calculini .....	61
Tarefas noutros contextos visuais .....	64
<i>Tarefa 7: Contando dedos e pés .....</i>	<i>64</i>
<i>Tarefa 8: Cuidado com o gato! .....</i>	<i>65</i>
<i>Tarefa 9: As flores do jardim .....</i>	<i>66</i>
<i>Tarefa 10: Apanha os cogumelos .....</i>	<i>68</i>
<i>Tarefa 11: A caminhada dos caracóis.....</i>	<i>70</i>
<i>Tarefa 12: Que grande peixeirada!.....</i>	<i>72</i>
<i>Tarefa 13: Dados com pinta .....</i>	<i>73</i>
CAPÍTULO V - A CARLA .....	77
A Carla como pessoa e como aluna .....	77
A exploração das tarefas .....	78
Tarefa 1: As unhas da Sara .....	78
Tarefa 2: Quantos viste?.....	81
Tarefa 3: A Rua dos Números Perdidos .....	86
Tarefa 4: As cartas do País das Maravilhas .....	91
Tarefa 5: Cartas com pintas .....	95
Tarefa 6: Calcula com a Calculini .....	100
Tarefas noutros contextos visuais .....	103
<i>Tarefa 7: Contando dedos e pés .....</i>	<i>103</i>
<i>Tarefa 8: Cuidado com o gato! .....</i>	<i>104</i>
<i>Tarefa 9: As flores do jardim .....</i>	<i>106</i>
<i>Tarefa 10: Apanha os cogumelos .....</i>	<i>107</i>
<i>Tarefa 11: A caminhada dos caracóis.....</i>	<i>110</i>
<i>Tarefa 12: Que grande peixeirada!.....</i>	<i>111</i>
<i>Tarefa 13: Dados com pinta .....</i>	<i>112</i>
CAPÍTULO VI - O VASCO .....	115

O Vasco como pessoa e como aluno .....	115
A exploração das tarefas .....	115
Tarefa 1: As unhas da Sara .....	116
Tarefa 2: Quantos viste?.....	118
Tarefa 3: A Rua dos Números Perdidos .....	123
Tarefa 4: As cartas do País das Maravilhas .....	126
Tarefa 5: Cartas com pintas.....	131
Tarefa 6: Calcula com a Calculini .....	136
Tarefas noutros contextos visuais .....	141
<i>Tarefa 7: Contando dedos e pés .....</i>	<i>141</i>
<i>Tarefa 8: Cuidado com o gato! .....</i>	<i>143</i>
<i>Tarefa 9: As flores do jardim .....</i>	<i>144</i>
<i>Tarefa 10: Apanha os cogumelos .....</i>	<i>146</i>
<i>Tarefa 11: A caminhada dos caracóis.....</i>	<i>148</i>
<i>Tarefa 12: Que grande peixeirada!.....</i>	<i>149</i>
<i>Tarefa 13: Dados com pinta .....</i>	<i>151</i>
CAPÍTULO VII – DISCUSSÃO E CONCLUSÕES.....	155
Síntese do estudo.....	155
Estratégias de contagem .....	156
Dificuldades manifestadas .....	161
Impacto das tarefas no desenvolvimento do sentido de número .....	164
Reflexão final.....	167
Dificuldades sentidas e limitações do estudo.....	167
Recomendações .....	168
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	171
ANEXOS.....	175



## **LISTA DE ABREVIATURAS**

DEB – Departamento de Educação Básica

DGIDC – Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular

ME – Ministério da Educação

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

NEE - Necessidades Educativas Especiais



## ÍNDICE DE TABELAS

<i>Tabela 1. Síntese das técnicas de recolha de dados.....</i>	<i>37</i>
--	-----------

## ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1. Imagem apresentada na fase exploratória da tarefa 1.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 2. Primeira imagem visualizada na tarefa 1.....</i>	<i>47</i>
<i>Figura 3. Segunda imagem visualizada na tarefa 1 .....</i>	<i>47</i>
<i>Figura 4. Restantes imagens (3, 4 e 5) visualizadas na tarefa 1.....</i>	<i>48</i>
<i>Figura 5. Sequência das molduras visualizadas na primeira parte da tarefa 2 .....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 6. Sequência das molduras visualizadas na segunda parte da tarefa 2 .....</i>	<i>50</i>
<i>Figura 7. Registos dos alunos S. e A. na resolução da tarefa 3 (número 5) .....</i>	<i>51</i>
<i>Figura 8. Registos dos alunos M. e A. na resolução da tarefa 3 (número 5) .....</i>	<i>51</i>
<i>Figura 9. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 3 (número 5) .....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 10. Registos dos alunos M. e S. na resolução da tarefa 3 (número 8) .....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 11. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 3 (número 8) .....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 12. Registos dos alunos A. e M. na resolução da tarefa 3 (número 4).....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 13. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 3 (número 4) .....</i>	<i>53</i>
<i>Figura 14. Registo da aluna M. na resolução da tarefa 3 (número 9) .....</i>	<i>53</i>
<i>Figura 15. Registos do aluno A. na resolução da tarefa 3 (número 9) .....</i>	<i>53</i>
<i>Figura 16. Sequência das cartas visualizadas na tarefa 4 .....</i>	<i>54</i>
<i>Figura 17. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 4 (carta 9) .....</i>	<i>54</i>
<i>Figura 18. Representações do número 3 apresentadas pelos alunos A. e S. na segunda parte da tarefa 4 .....</i>	<i>55</i>
<i>Figura 19. Registos dos alunos M., L. e S. na resolução da segunda parte da tarefa 4 (disposições padronizadas) .....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 20. Registos dos alunos L., S. e C. na resolução da segunda parte da tarefa 4 .....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 21. Registos dos alunos L. e A. na resolução da segunda parte da tarefa 4 (números 5 e 9).....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 22. Registos do aluno S. na resolução da segunda parte da tarefa 4 .....</i>	<i>57</i>
<i>Figura 23. Registos dos alunos A. e L. na resolução da segunda parte da tarefa 4 .....</i>	<i>57</i>
<i>Figura 24. Registos dos alunos M. e S. na resolução da tarefa 5 (número 5) .....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 25. Registos dos alunos S. e M. na resolução da tarefa 5 (número 9) .....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 26. Registos dos alunos L. e A. na resolução da tarefa 5 (número 9) .....</i>	<i>59</i>

<i>Figura 27. Registos dos alunos S. e L. na resolução da tarefa 5 (número 4) .....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 28. Registos dos alunos M., L. e A. na resolução da tarefa 5 (mais uma pinta do que) .....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 29. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 5 (mais uma pinta do que - 6) .....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 30. Registos dos alunos A. e S. na resolução da tarefa 5 (mais uma pinta do que - 10) .....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 31. Registo da aluna M. na resolução da tarefa 5 (mais uma pinta do que - 5) .....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 32. Registos dos alunos A. e M. na resolução da tarefa 5 (menos duas pintas do que - 3) ..</i>	<i>60</i>
<i>Figura 33. Registos dos alunos S. e A. na resolução da tarefa 5 (menos duas pintas do que - 7) ...</i>	<i>60</i>
<i>Figura 34. Peças de dominó exploradas no início da tarefa 6 .....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 35. Registo da fase exploratória da tarefa 6 (número 20) .....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 36. Registos dos alunos A. e S. na resolução da tarefa 6 (uso da peça 0/0) .....</i>	<i>62</i>
<i>Figura 37. Registo da aluna M. na resolução na tarefa 6 (número 12) .....</i>	<i>63</i>
<i>Figura 38. Registo do aluno A. na resolução da tarefa 6 (número 8) .....</i>	<i>63</i>
<i>Figura 39. Registo do aluno A. na resolução da tarefa 6 (número 24) .....</i>	<i>63</i>
<i>Figura 40. Imagem explorada no início da tarefa 7 .....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 41. Registo da aluna M. na resolução da tarefa 7 (número de pés) .....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 42. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 7 (número de dedos) .....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 43. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 8 .....</i>	<i>66</i>
<i>Figura 44. Registos dos alunos M. e L. na resolução da tarefa 8 .....</i>	<i>66</i>
<i>Figura 45. Registo da aluna M. na resolução da tarefa 9 .....</i>	<i>67</i>
<i>Figura 46. Registo do aluno A. na resolução da tarefa 9 .....</i>	<i>67</i>
<i>Figura 47. Registos do aluno L. na resolução da tarefa 9 .....</i>	<i>67</i>
<i>Figura 48. Registos dos alunos A. e S. na resolução da tarefa 9 .....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 49. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 9 (discussão em grande grupo) .....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 50. Registo do aluno A. na resolução da tarefa 10 .....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 51. Registos dos alunos S. e L. na resolução da tarefa 10 .....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 52. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 10 (discussão em grande grupo) .....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 53. Registo da aluna M. na resolução da tarefa 11 .....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 54. Registo do aluno A. na resolução da tarefa 11 .....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 55. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 11 .....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 56. Registo do aluno A. na resolução da tarefa 11 (discussão em grande grupo) .....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 57. Registo do aluno S. na resolução da tarefa 11 (discussão em grande grupo) .....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 58. Registos dos alunos S. e L. na resolução da tarefa 12 (número de peixes pequenos) ....</i>	<i>72</i>
<i>Figura 59. Registos dos alunos S. e A. na resolução da tarefa 12 (número total de peixes) .....</i>	<i>73</i>

<i>Figura 60.</i> Registo da aluna M. na resolução da tarefa 13 .....	74
<i>Figura 61.</i> Registo do aluno A. na resolução da tarefa 13 (discussão em grande grupo) .....	74
<i>Figura 62.</i> Registo do aluno L. na resolução da tarefa 13 .....	74
<i>Figura 63.</i> Registo do aluno S. na resolução da tarefa 13 (discussão em grande grupo) .....	74
<i>Figura 64.</i> Registo do aluno A. na resolução da tarefa 13 .....	75
<i>Figura 65.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 1 (imagem 1) .....	78
<i>Figura 66.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 1 (imagem 2) .....	79
<i>Figura 67.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 1 (imagem 3) .....	79
<i>Figura 68.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 1 (imagem 4) .....	80
<i>Figura 69.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 1 (imagem 5) .....	81
<i>Figura 70.</i> Registo da Carla na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 1) .....	81
<i>Figura 71.</i> Registo da Carla na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 2) .....	82
<i>Figura 72.</i> Registo da Carla na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 3) .....	82
<i>Figura 73.</i> Registo apresentado pela Carla na entrevista (moldura 3) .....	82
<i>Figura 74.</i> Registo da Carla na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 4) .....	83
<i>Figura 75.</i> Registo apresentado pela Carla na entrevista (moldura 4) .....	83
<i>Figura 76.</i> Registo apresentado pela Carla na entrevista (moldura 4) .....	83
<i>Figura 77.</i> Registo da Carla na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 5) .....	84
<i>Figura 78.</i> Registo apresentado pela Carla na entrevista (moldura 5) .....	84
<i>Figura 79.</i> Registo da Carla na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 6) .....	84
<i>Figura 80.</i> Registo apresentado pela Carla na entrevista (moldura 6) .....	85
<i>Figura 81.</i> Registos da Carla referentes às molduras visualizadas na segunda parte da tarefa 2 ....	85
<i>Figura 82.</i> Registos da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 2 ( <i>mais dois do que</i> ) .....	86
<i>Figura 83.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 3 (número 5) .....	87
<i>Figura 84.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 3 (número 5) .....	87
<i>Figura 85.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 3 (número 8) .....	87
<i>Figura 86.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 3 – discussão em grande grupo (número 8) .....	88
<i>Figura 87.</i> Representação apresentada pela Carla na tarefa 3 (número 8) .....	88
<i>Figura 88.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 3 (número 8) .....	88
<i>Figura 89.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 3 - discussão em grande grupo (número 8) .....	89
<i>Figura 90.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 3 (número 8) .....	89
<i>Figura 91.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 3 (número 4) .....	89
<i>Figura 92.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 3 - discussão em grande grupo (número 4) .....	90



<i>Figura 93.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 3 – discussão em grande grupo (número 9) ....	90
<i>Figura 94.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 3 (número 9) .....	90
<i>Figura 95.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 4 (7, 8, 9) .....	91
<i>Figura 96.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 4 (cartas do 1 ao 5).....	91
<i>Figura 97.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 4 - discussão em grande grupo (carta 5) .....	92
<i>Figura 98.</i> Registos da Carla na resolução da tarefa 4 (carta 6) .....	92
<i>Figura 99.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 4 - entrevista (carta 7).....	92
<i>Figura 100.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 4 (carta 10) .....	92
<i>Figura 101.</i> Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (disposições lineares).....	93
<i>Figura 102.</i> Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 9).....	94
<i>Figura 103.</i> Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 9) .....	94
<i>Figura 104.</i> Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 10) .....	94
<i>Figura 105.</i> Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 10) .....	95
<i>Figura 106.</i> Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 4) .....	95
<i>Figura 107.</i> Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 5) .....	95
<i>Figura 108.</i> Registos da Carla na resolução da tarefa 5 .....	96
<i>Figura 109.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 5 - entrevista (número 5) .....	96
<i>Figura 110.</i> Registos da Carla na resolução da tarefa na tarefa 5 (número 9).....	97
<i>Figura 111.</i> Registos da Carla na resolução da tarefa 5 ( <i>mais um do que</i> – 6, 10 e 5) .....	97
<i>Figura 112.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 5 – entrevista ( <i>mais uma pinta</i> - 10).....	98
<i>Figura 113.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 5 – entrevista ( <i>mais uma pinta</i> – 5) .....	98
<i>Figura 114.</i> Registos da Carla na resolução da tarefa 5 ( <i>menos dois do que</i> – 3, 7 e 2).....	98
<i>Figura 115.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 5 – discussão em grande grupo ( <i>menos duas pintas</i> -7).....	99
<i>Figura 116.</i> Peças de dominó exploradas no início da tarefa 6 .....	100
<i>Figura 117.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 6 (número 12) .....	100
<i>Figura 118.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 6 (número 12) .....	101
<i>Figura 119.</i> Registos da Carla na resolução da tarefa 6 - discussão em grande grupo (número 12) .....	101
<i>Figura 120.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 6 (número 8) .....	102
<i>Figura 121.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 6 (número 16) .....	102
<i>Figura 122.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 6 (número 24) .....	102

<i>Figura 123.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 7 - discussão em grande grupo (número de pés).....	103
<i>Figura 124.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 7 - discussão em grande grupo (número de pés).....	104
<i>Figura 125.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 7 (número de dedos).....	104
<i>Figura 126.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 8 .....	105
<i>Figura 127.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 8 .....	105
<i>Figura 128.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 8 .....	106
<i>Figura 129.</i> Registos da Carla na resolução da tarefa 9.....	106
<i>Figura 130.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 9 .....	107
<i>Figura 131.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 10 .....	108
<i>Figura 132.</i> Registos da Carla na resolução da tarefa 10.....	108
<i>Figura 133.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 10 .....	108
<i>Figura 134.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 10 .....	109
<i>Figura 135.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 10 .....	109
<i>Figura 136.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 10 .....	109
<i>Figura 137.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 11 (discussão em grande grupo) .....	110
<i>Figura 138.</i> Registos da Carla na resolução da tarefa 11.....	110
<i>Figura 139.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 11 .....	110
<i>Figura 140.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 12 (número de peixes grandes).....	111
<i>Figura 141.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 12 (número de peixes pequenos).....	111
<i>Figura 142.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 12 (número total de peixes) .....	112
<i>Figura 143.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 13 .....	113
<i>Figura 144.</i> Registo da Carla na resolução da tarefa 13 (discussão em grande grupo) .....	114
<i>Figura 145.</i> Registo do Vasco na resolução da tarefa 1 (imagem 1).....	116
<i>Figura 146.</i> Registo do Vasco na resolução da tarefa 1 (imagem 2).....	117
<i>Figura 147.</i> Registo do Vasco na resolução da tarefa 1 (imagem 3).....	117
<i>Figura 148.</i> Registo do Vasco na resolução da tarefa 1 (imagem 4).....	117
<i>Figura 149.</i> Registo do Vasco na resolução da tarefa 1 (imagem 5).....	118
<i>Figura 150.</i> Registo do Vasco na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 1) .....	119
<i>Figura 151.</i> Registo apresentado pelo Vasco na entrevista (moldura 1).....	119
<i>Figura 152.</i> Registo do Vasco na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 2) .....	119
<i>Figura 153.</i> Registo do Vasco na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 3) .....	119

<i>Figura 154.</i> Registos apresentados pelo Vasco na entrevista (moldura 3) .....	120
<i>Figura 155.</i> Registo do Vasco na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 4) .....	120
<i>Figura 156.</i> Registos apresentados pelo Vasco na entrevista (moldura 4) .....	120
<i>Figura 157.</i> Registos do Vasco que evidenciam relações parte-parte-todo – discussão em grande grupo (moldura 4).....	121
<i>Figura 158.</i> Registo do Vasco na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 5) .....	121
<i>Figura 159.</i> Registos apresentados pelo Vasco na entrevista (moldura 5) .....	121
<i>Figura 160.</i> Registo do Vasco na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 6) .....	121
<i>Figura 161.</i> Registos do Vasco referentes às molduras visualizadas na segunda parte da tarefa 2 .....	122
<i>Figura 162.</i> Registos do Vasco na resolução da segunda parte da tarefa 2 ( <i>mais dois do que</i> ).....	123
<i>Figura 163.</i> Registos do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 5) .....	123
<i>Figura 164.</i> Registos do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 5) .....	124
<i>Figura 165.</i> Representação apresentada pelo Vasco na tarefa 3 (número 8) .....	124
<i>Figura 166.</i> Registo do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 8) .....	124
<i>Figura 167.</i> Registo do Vasco na resolução da tarefa 3 – discussão em grande grupo (número 8) .....	125
<i>Figura 168.</i> Registo do Vasco na resolução da tarefa 3 – discussão em grande grupo (número 8) .....	125
<i>Figura 169.</i> Registo do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 4) .....	125
<i>Figura 170.</i> Registo do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 4) .....	125
<i>Figura 171.</i> Registo do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 9) .....	126
<i>Figura 172.</i> Registos do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 9) .....	126
<i>Figura 173.</i> Registos do Vasco na resolução da tarefa 4 (cartas do 1 ao 6).....	127
<i>Figura 174.</i> Registos do Vasco na resolução da tarefa 4 (carta 6) .....	127
<i>Figura 175.</i> Registo do Vasco na resolução da tarefa 4 – discussão em grande grupo (carta 5) ...	127
<i>Figura 176.</i> Registos do Vasco na resolução da tarefa 4 (cartas do 7 ao 10).....	127
<i>Figura 177.</i> Registos do Vasco na resolução da tarefa 4 (carta 8) .....	128
<i>Figura 178.</i> Registos do Vasco na resolução na segunda parte da tarefa 4 (disposições lineares)	129
<i>Figura 179.</i> Registo do Vasco na resolução da segunda parte da tarefa 4 - discussão em grande grupo (número 10) .....	129
<i>Figura 180.</i> Registo do Vasco na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 5) .....	129

<i>Figura 181. Registos do Vasco na resolução da segunda parte da tarefa 4 - discussão em grande grupo (número 5) .....</i>	<i>130</i>
<i>Figura 182. Registo do Vasco na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 9) .....</i>	<i>130</i>
<i>Figura 183. Registo do Vasco na resolução da segunda parte da tarefa 4- discussão em grande grupo (número 9) .....</i>	<i>130</i>
<i>Figura 184. Registos do Vasco na resolução da tarefa 5 .....</i>	<i>131</i>
<i>Figura 185. Registo do Vasco na resolução da tarefa 5 – discussão em grande grupo (número 9) .....</i>	<i>132</i>
<i>Figura 186. Registos do Vasco na resolução da tarefa 5 – discussão em grande grupo (número 9) .....</i>	<i>133</i>
<i>Figura 187. Registos do Vasco na resolução da tarefa 5 (mais uma pinta – 6, 10 e 5) .....</i>	<i>133</i>
<i>Figura 188. Registo do Vasco na resolução da tarefa 5 – discussão em grande grupo (mais uma pinta – 10) .....</i>	<i>134</i>
<i>Figura 189. Registos do Vasco na resolução da tarefa 5 – discussão em grande grupo (mais uma pinta – 10) .....</i>	<i>134</i>
<i>Figura 190. Registos do Vasco na resolução da tarefa 5 (menos duas pintas – 3, 7 e 2) .....</i>	<i>135</i>
<i>Figura 191. Registo do Vasco na resolução da tarefa 5 – discussão em grande grupo (menos duas pintas – 7) .....</i>	<i>135</i>
<i>Figura 192. Registo do Vasco na resolução da tarefa 5 - discussão em grande grupo (menos duas pintas – 7) .....</i>	<i>135</i>
<i>Figura 193. Registo do Vasco na resolução da tarefa 5 (menos duas pintas – 7) .....</i>	<i>136</i>
<i>Figura 194. Peças de dominó exploradas no início da tarefa 6 .....</i>	<i>136</i>
<i>Figura 195. Registo do Vasco na fase exploratória da tarefa 6 (número 20).....</i>	<i>136</i>
<i>Figura 196. Registo da resolução do Vasco na tarefa 6 (número 12) .....</i>	<i>137</i>
<i>Figura 197. Registo do Vasco na resolução na tarefa 6 - discussão em grande grupo (número 12) .....</i>	<i>138</i>
<i>Figura 198. Registo do Vasco na resolução na tarefa 6 (número 12) .....</i>	<i>138</i>
<i>Figura 199. Registo do Vasco na resolução na tarefa 6 (número 8) .....</i>	<i>139</i>
<i>Figura 200. Peças escolhidas pelo Vasco na tarefa 6 (número 8).....</i>	<i>139</i>
<i>Figura 201. Registo do Vasco na resolução na tarefa 6 (número 8) .....</i>	<i>139</i>
<i>Figura 202. Registo do Vasco na resolução na tarefa 6 (número 16) .....</i>	<i>140</i>
<i>Figura 203. Registo do Vasco na resolução na tarefa 6 (número 24) .....</i>	<i>140</i>
<i>Figura 204. Registo do Vasco na resolução na tarefa 6 (número 24) .....</i>	<i>141</i>

<i>Figura 205. Registo do Vasco na resolução na tarefa 7 (número de pés).....</i>	<i>141</i>
<i>Figura 206. Registos do Vasco na resolução na tarefa 7 (número de dedos) .....</i>	<i>142</i>
<i>Figura 207. Registos do Vasco na resolução na tarefa 7 - discussão em grande grupo (número de dedos).....</i>	<i>142</i>
<i>Figura 208. Registo do Vasco na resolução na tarefa 7 - discussão em grande grupo .....</i>	<i>142</i>
<i>Figura 209. Registo do Vasco na resolução na tarefa 8 (relações parte-parte-todo) .....</i>	<i>143</i>
<i>Figura 210. Registo do Vasco na resolução da tarefa 8 .....</i>	<i>143</i>
<i>Figura 211. Registo do Vasco na resolução da tarefa 8 .....</i>	<i>144</i>
<i>Figura 212. Registos do Vasco na resolução da tarefa 8 .....</i>	<i>144</i>
<i>Figura 213. Registos do Vasco na resolução da tarefa 8 .....</i>	<i>144</i>
<i>Figura 214. Registo do Vasco na resolução da tarefa 9 .....</i>	<i>145</i>
<i>Figura 215. Registos do Vasco na resolução da tarefa 9 .....</i>	<i>145</i>
<i>Figura 216. Registo do Vasco na resolução da tarefa 9 .....</i>	<i>146</i>
<i>Figura 217. Registos do Vasco na resolução da tarefa 10 .....</i>	<i>146</i>
<i>Figura 218. Registo do Vasco na resolução da tarefa 10 .....</i>	<i>147</i>
<i>Figura 219. Registo do Vasco na resolução da tarefa 10 .....</i>	<i>147</i>
<i>Figura 220. Registo do Vasco na resolução na tarefa 11 - discussão em grande grupo .....</i>	<i>148</i>
<i>Figura 221. Registo do Vasco da resolução na tarefa 11 .....</i>	<i>148</i>
<i>Figura 222. Registo do Vasco na resolução na tarefa 11 .....</i>	<i>149</i>
<i>Figura 223. Registo do Vasco na resolução da tarefa 12 (número de peixes grandes) .....</i>	<i>150</i>
<i>Figura 224. Registos do Vasco na resolução da tarefa 12 (número de peixes pequenos) .....</i>	<i>150</i>
<i>Figura 225. Registo do Vasco na resolução da tarefa 12 - discussão em grande grupo (número de peixes pequenos).....</i>	<i>150</i>
<i>Figura 226. Registos do Vasco na resolução da tarefa 12 - discussão em grande grupo (número de peixes pequenos).....</i>	<i>151</i>
<i>Figura 227. Registo do Vasco na resolução da tarefa 12 (número total de peixes).....</i>	<i>151</i>
<i>Figura 228. Registo do Vasco na resolução da tarefa 13 .....</i>	<i>152</i>
<i>Figura 229. Registo do Vasco na resolução da tarefa 13 .....</i>	<i>152</i>
<i>Figura 230. Registo do Vasco na resolução da tarefa 13 .....</i>	<i>152</i>
<i>Figura 231. Registo do Vasco na resolução da tarefa 13 .....</i>	<i>153</i>
<i>Figura 232. Registos do Vasco na resolução da tarefa 12 - discussão em grande grupo.....</i>	<i>153</i>

## CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

Este capítulo é constituído por três secções. Na primeira é apresentado o problema e as questões que orientam a investigação. Em seguida, é justificada a importância e pertinência deste estudo e, por fim, apresenta-se a organização geral do documento.

### Problema e questões de investigação

É reconhecido que o desenvolvimento do sentido do número é fundamental nos primeiros anos de escolaridade e que deverá ser potenciado através de materiais que apelem à visualização. Esta situação deve ser potenciada uma vez que, assim, a construção do sentido de número será significativa. Neste sentido, o presente estudo tem por objetivo compreender a forma como as tarefas de contagem em contextos visuais influenciam o desenvolvimento do sentido de número em alunos do 1º ano de escolaridade. No âmbito desta problemática, foram formuladas algumas questões orientadoras a que a este estudo procurará dar resposta:

1. Que estratégias mobilizam os alunos na resolução das tarefas de contagem em contextos visuais?
2. Que dificuldades manifestam os alunos na resolução dessas tarefas?
3. Qual o impacto das tarefas de contagem em contextos visuais no desenvolvimento do sentido de número?

Para investigar estas questões foi elaborada uma proposta pedagógica constituída por 13 tarefas. Este conjunto de tarefas integra materiais e situações que apelam à visualização, com enfoque em aspetos associados ao desenvolvimento do sentido de número, em particular à contagem. Com esta proposta pretendeu-se analisar as estratégias mobilizadas pelos alunos na sua resolução, procurando compreender o seu raciocínio. Tendo em conta que o tema *Números e Operações* apresenta uma relevância incontornável nos primeiros anos de escolaridade e uma vez que as dificuldades nesta área comprometem muitas vezes a compreensão e o desempenho noutras áreas da matemática (Gonçalves, 2008), procurou-se também com este estudo identificar e analisar as dificuldades que os alunos evidenciam.

### Pertinência do estudo

Hoje a educação matemática tem por objetivo a formação de cidadãos participativos, críticos e confiantes no modo como lidam com a Matemática (ME-DEB, 2001) e, em particular, com a resolução de problemas. Assim, desde os primeiros anos de escolaridade devem

proporcionar-se às crianças experiências de aprendizagem que permitam que estas desenvolvam bases matemáticas sólidas (NCTM, 2007).

É ainda de salientar no ensino da Matemática, a interiorização de competências mais rotineiras, como um bom domínio dos números e do cálculo, indispensáveis para a resolução de diferentes situações problemáticas no dia-a-dia (Ponte & Serrazina, 2000). Esta importância é salientada por Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), segundo os quais “todos os alunos devem adquirir uma compreensão global do número e das operações a par da capacidade de usar essa compreensão de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias uteis de manipulação dos números e das operações” (p. 46). Para McIntosh, Reys & Reys (1992) e para o NCTM (2007) a aquisição e desenvolvimento do sentido de número deve ser um dos principais objetivos da escolaridade obrigatória e deve ser potenciado desde os primeiros anos. Esta perspetiva prende-se com as potencialidades que estão associadas ao desenvolvimento sentido de número. Considera-se que é difícil calcular sem sentido de número, ou encontrar relações entre os números, mesmo até entender a geometria, a medida e os problemas. Por outras palavras, o sentido de número “é a chave da compreensão de toda a Matemática” (Shumway, 2011, p.8).

Apesar da importância atribuída ao desenvolvimento do sentido de número, Fosnot e Dolk (2001) consideram que é uma capacidade complexa para as crianças, pelas múltiplas componentes que envolve. Assim, sendo um conceito que constitui um dos eixos deste estudo, dada a sua amplitude, considerou-se pertinente dar mais evidência a uma das capacidades que lhe estão associadas, a contagem. Trata-se de uma capacidade que assume uma grande importância no desenvolvimento do sentido de número e constitui uma das primeiras aprendizagens das crianças nos primeiros anos de escolaridade.

Considera-se vantajoso promover o pensamento espacial, associado a tarefas que envolvam o uso de materiais que proporcionem a emergência de aspetos importantes do sentido de número, como os dados, o dominó, as cartas com pintas com disposições padronizadas e não padronizadas ou a moldura do 10 (Bobis, 2008). A componente intuitiva da visualização assume um papel importante na compreensão e construção do número, e da contagem em particular, uma vez que é reconhecido que as crianças necessitam de *insights* visuais, percetuais e conceptuais das quantidades (Shumway, 2011). O ensino direcionado para a promoção da visualização permite que as crianças construam relações numéricas, usem números de referência, que constituem a base para o desenvolvimento de outras estratégias mais criativas e flexíveis (Bobis, 1996).

Por outro lado, é importante que os alunos tenham oportunidades para encontrar ideias sobre o sentido de número, as usem e discutam estratégias com os seus pares (Shumway, 2011). Desta forma, a construção do sentido de número será significativa já que se apoia nas ideias dos alunos, ajudando-os a perceber que a Matemática faz sentido e que não se restringe a um conjunto de regras que têm de ser aplicadas (Howden, 1989).

Assim, sendo os primeiros anos de escolaridade fundamentais para o desenvolvimento de conceitos, conceções e atitudes relacionados com a Matemática e, em particular, com a promoção do sentido de número (ME-DGIDC, 2007), torna-se pertinente a realização deste estudo que associa esta capacidade à visualização. Pode ainda afirmar-se que a investigação neste tema nos primeiros anos e com base nas mais recentes orientações curriculares é ainda insuficiente.

## **Organização Geral**

Este trabalho é constituído por sete capítulos, dos quais este é o primeiro, seguido das referências bibliográficas e dos anexos.

No Capítulo II é apresentada a *Revisão de Literatura* em que se foca o significado de sentido de número, bem como as suas componentes e a forma como se desenvolve nos primeiros anos de escolaridade. Por fim, é feito o seu enquadramento curricular e, de uma forma particular, salienta-se o papel da visualização no desenvolvimento desta capacidade.

O Capítulo III corresponde à *Metodologia*, no qual se identificam as opções metodológicas e todos os procedimentos que estiveram na base da investigação realizada. São ainda identificados os critérios para a seleção das tarefas e descritas as fases da análise dos dados.

Os Capítulos IV, V e VI referem-se à análise e interpretação dos dados. No Capítulo IV apresenta-se uma caracterização da turma e uma visão geral do modo como decorreu a implementação das tarefas neste contexto. Os Capítulos V e VI centram-se no desempenho dos dois alunos-caso. Em cada um destes capítulos é efetuada uma caracterização dos alunos e posteriormente descrevem-se as estratégias e dificuldades identificadas na resolução de cada uma das tarefas propostas.

Por fim, o Capítulo VII corresponde à *Discussão e Conclusões*. Por um lado são delineadas as conclusões do estudo, centradas na comparação dos casos, e por outro lado, são identificadas as limitações do estudo e algumas sugestões para futuros trabalhos de investigação.





## CAPÍTULO II – REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo é feito um enquadramento teórico das principais temáticas envolvidas nesta investigação, pretendendo assim contextualizar as mesmas. Na primeira secção, são apresentadas algumas definições para sentido de número, capacidade que constitui um dos eixos orientadores deste estudo. Sendo um conceito multifacetado, na segunda secção são discutidas as diferentes componentes que o compõem, com especial incidência nos primeiros anos de escolaridade. Na terceira secção são apresentadas as orientações curriculares para o ensino e aprendizagem do sentido de número. Por fim, é dado destaque à visualização, salientando algumas definições para este conceito, enfatizando a sua importância para o desenvolvimento do sentido de número.

### **Sentido de número: que significado?**

A expressão *sentido de número* surgiu nos anos 80 para substituir o termo *numeracia*, que significava apenas a habilidade para lidar com situações matemáticas básicas do quotidiano (McIntosh et al., 1992). Segundo estes autores, a Matemática era vista como uma atividade que deveria ser construída com compreensão, em oposição a uma perspetiva tradicional em que os alunos se limitavam a memorizar uma série de procedimentos algorítmicos sem compreender o que estavam a fazer.

Apesar da expressão *sentido de número* ser “simples e apelativa” McIntosh et al. (1992, p. 3) reconhecem que é alvo de interpretações muito diversas, o que tem gerado discussões entre professores, investigadores e responsáveis pela formulação de currículos. Os aspetos que têm sido alvo de análise são, entre outros, as componentes do sentido de número (McIntosh et al., 1992), as características do sentido de número e as características exibidas pelas pessoas que o possuem (Reys, 1994). Greeno (1991) refere que é possível reconhecer exemplos de sentido de número, mas admite que não existem definições satisfatórias que distingam claramente, e de forma precisa, as suas características. De acordo com este autor, o sentido de número diz respeito a diversas e importantes capacidades que incluem o cálculo mental flexível, a estimativa de quantidades numéricas e os julgamentos quantitativos. Howden (1989) descreve sentido de número como sendo “uma boa intuição acerca dos números e das suas relações (...) desenvolve-se gradualmente através da exploração de números, da sua visualização em contextos diversos e relacioná-los de diferentes formas não os limitando aos algoritmos tradicionais” (p. 11). Assim, nesta perspetiva, o sentido de número só poderá ser desenvolvido através da exploração dos números, da sua visualização numa variedade de contextos e do estabelecimento de relações que

constituem alternativas aos algoritmos tradicionais (Abrantes et al., 1999). É por isso necessário que se implementem atividades que exijam a reflexão sobre os números e as suas relações, com base em informação quantitativa com que nos deparamos no dia-a-dia (Reys, 1994). Esta ideia de aplicabilidade dos números no quotidiano está também na base da definição apresentada por Castro e Rodrigues (2008b):

este conceito engloba não só o número mas também as suas relações, significados e utilizações. De facto é reconhecida a importância de desenvolver este sentido uma vez que, ao se desenvolver a compreensão global e flexível dos números e das operações, permitirá desenvolver estratégias úteis e eficazes para que seja possível a utilização do número no dia-a-dia, vida profissional ou enquanto cidadão ativo. (p. 11)

Segundo estas autoras, o sentido de número “inclui a capacidade de compreender que os números podem ter diferentes significados e podem ser usados em contextos muito distintos” (p. 118). Por outro lado, envolve também a facilidade em memorizar factos básicos, a compreensão do valor de posição, a capacidade para usar de uma forma significativa números de referência ou referências para números e a compreensão da grandeza absoluta e relativa dos números (Bobis, 2008). Por sua vez, Hope (1988) refere que o sentido de número diz respeito a uma predisposição para os números e as suas diversas utilizações e interpretações, à capacidade para produzir estimativas razoáveis, para detetar erros aritméticos, para escolher um procedimento de cálculo eficiente e para reconhecer padrões numéricos. Esta perspetiva reforça a ideia de que o sentido de número constitui uma competência chave da literacia matemática pois “contribui para que o pensamento se torne mais flexível, o que é essencial para a capacidade de resolver problemas” (Brocardo & Serrazina, 2008). Steen (2002) também defende que o sentido de número é um dos aspetos associados à literacia quantitativa, referindo que:

cidadãos quantitativamente letrados precisam de saber mais do que fórmulas e equações. Necessitam de uma predisposição para observarem o mundo através de olhos matematicamente críticos, para se aperceberem dos benefícios (e riscos) da aplicação do pensamento quantitativo nos assuntos quotidianos e para abordarem problemas complexos com confiança no valor do raciocínio ponderado. A literacia quantitativa confere às pessoas o poder de pensarem por si próprias, de colocarem questões inteligentes e de confrontarem as autoridades com confiança. (p. 80)

Abrantes et al. (1999) definem sentido de número como “uma compreensão global do número e das operações, a par da capacidade de usar essa compreensão de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações” (p. 46). O sentido de número implica, por isso, conhecer os números e compreender o que acontece quando se opera com eles, percebendo as suas diferentes utilizações (Serrazina, 2002). Na verdade, o sentido de número é uma rede conceptual bem organizada que torna as pessoas capazes de relacionar os números e as propriedades das

operações (Sowder, 1992). Face ao que foi dito anteriormente poderá definir-se sentido de número como:

a compreensão geral que as pessoas possuem dos números e das operações a par da capacidade e inclinação para usar essa compreensão de formas flexíveis para fazer julgamentos e desenvolver estratégias úteis para lidar com os números e as operações. Tal reflete uma inclinação e capacidade para usar os números e os métodos quantitativos para comunicar, processar e interpretar informação. Isso resulta na ideia que os números são úteis e que a Matemática tem uma certa regularidade. (McIntosh et al., 1992, p.3)

De facto, as pessoas que possuem sentido de número são capazes de relacionar os números com as suas experiências e criar extensões dessas experiências (Howden, 1989) desenvolvendo significados para os números e para as relações numéricas (Abrantes et al., 1999). Assim, são capazes de usar os números e compreender como são aplicados no dia-a-dia, sentindo-se confortáveis e confiantes na sua utilização pois sabem como interpretá-los e quando fazem sentido (Turkel & Newman, 1993). Para além disso, reconhecem a sua grandeza relativa e os efeitos das operações, tendo desenvolvido referentes para quantidades e medidas (Abrantes et al., 1999). Reys (1994) destaca também alguns comportamentos reveladores da existência e da valorização do sentido de número, como:

olhar o problema holisticamente antes de se confrontar com os detalhes; olhar para as relações entre os números e as operações e considerar o contexto no qual a questão é colocada; usar ou inventar um método que seja vantajoso para a compreensão das relações entre números e entre números e operações e encontrar a representação mais eficiente para a tarefa dada; usar pontos de referência para julgar a grandeza dos números; reconhecer a razoabilidade dos resultados para o cálculo no processo de reflexão sobre as respostas dadas. (p. 115)

Pode afirmar-se que calcular com sentido de número não corresponde à procura da aplicação de procedimentos estandardizados de uma forma descontextualizada, mas sim olhar para os números com sentido crítico e ser capaz de escolher o processo de cálculo mais adequado mediante a situação apresentada (Fosnot & Dolk, 2001). Assim, o sentido de número também está associado à compreensão das operações, pois um aluno com esta capacidade tenta compreender qual a operação que irá usar e porquê (Serrazina, 2002). Segundo Howden (1989), os alunos que fazem julgamentos acerca da razoabilidade de resultados e descobrem que pode ser usado mais do que um caminho para chegar à solução, ganham confiança na sua capacidade de fazer matemática.

Para além da dificuldade associada à definição de sentido de número, uma vez que é um conceito bastante abrangente e multifacetado, a sua avaliação é também um processo complexo pois apenas se consegue avaliar algumas das suas componentes através de testes estandardizados. Mesmo que os alunos consigam fazer boas estimativas e que sejam capazes de criar os seus próprios algoritmos, pode considerar-se que exibem sentido de número mas não se

pode dizer que o possuem pois, perante situações novas, tais comportamentos podem não se verificar (Sowder, 1992). Assim,

é importante criar conexões entre conceitos e procedimentos, símbolos e significados e entre as diferentes dimensões do sentido de número como a decomposição e o cálculo mental. Tal surgirá como um bom ambiente para desenvolver o sentido de número e a avaliação poderá incidir na profundidade dessas conexões estabelecidas. (Sowder, 1992, p. 23)

Desta forma pode considerar-se que o sentido de número é “um horizonte difícil para as crianças (...) há passos e mudanças na forma de pensar ao longo do caminho. Mesmo quando o horizonte parece ter sido atingido, ele torna-se nebuloso com o surgimento de novos marcos” (Fosnot & Dolk, 2001, p. 49).

O sentido de número é “algo impreciso, pessoal e personalizado que está relacionado com as ideias que cada pessoa foi estabelecendo sobre os números e operações e que nem sempre é fácil de descrever” (Cebola, 2002, p. 226). Trata-se de uma construção pessoal que depende das capacidades de cada um, do ambiente envolvente e da interação estabelecida (Reys, 1994). Considera-se que a aquisição e desenvolvimento do sentido de número deve constituir um dos principais objetivos da escolaridade obrigatória (McIntosh et al., 1992), devendo a aprendizagem ter em atenção a compreensão integrada das propriedades dos números e operações, para ser significativa. O desenvolvimento do sentido de número é assim um processo evolutivo e gradual e começa mesmo antes da escolaridade formal (McIntosh et al., 1992). É assim “uma competência genérica que se desenvolve ao longo de todo o ensino obrigatório e não obrigatório e mesmo ao longo de toda a vida” (Abrantes et al., 1999, p. 46).

## **As componentes do sentido de número e o seu desenvolvimento nos primeiros anos de escolaridade**

O sentido de número é uma capacidade complexa que envolve diferentes componentes dos números, operações e suas relações (Reys, Reys, & Yang, 2009). A apropriação de conceitos elementares do número e de relações numéricas constituem a base para o desenvolvimento do sentido de número (Ponte & Serrazina, 2000).

No que concerne aos conceitos elementares do número, salientam-se três: *cardinal*, *ordinal* e *nominal*. A cardinalidade refere-se à correspondência entre a sequência numérica e a quantidade associada a um conjunto (Anghileri, 2006). O conceito de número ordinal traduz a posição relativa de um objeto num conjunto ordenado (Moreira & Oliveira, 2003). O nominal refere-se à utilização do número em contextos não numéricos (Moreira & Oliveira, 2003), embora se reconheça que “apesar de não ser matematicamente importante, é certo que (...) é

imprescindível ao dia a dia do cidadão comum e deve ser referido desde o início da escola básica” (Cebola, 2002, p. 224). Apesar de terem grande relevância no desenvolvimento do sentido de número, basear a aprendizagem dos números apenas nestes conceitos é, segundo Cebola (2002), demasiado redutor, já que sob o ponto de vista da educação matemática pretende-se realçar quer o carácter utilitário dos números no mundo atual e na vida do cidadão comum, quer o seu carácter uniforme e global.

Ao longo da construção do sentido de número, a criança deve adquirir outros conhecimentos e capacidades: a *classificação* (que dará lugar à noção de cardinalidade); a *ordenação* (que dará lugar à ideia de número ordinal); a *sequência verbal dos números*; a *correspondência termo a termo*; a *inclusão hierárquica* (Ponte & Serrazina, 2000) e a *conservação do número* (Vale, Fão, Portela, Geraldês, Fonseca, Gigante, Lima & Pimentel, 2006). As crianças devem ser capazes de identificar propriedades dos objetos e perceber que pertencem a um determinado grupo com elementos que possuem as mesmas características (classificação). Saber ordenar os números por ordem crescente e decrescente também é importante. Neste sentido, o conhecimento da sequência numérica verbal, associado à contagem oral, quando aliado à contagem de objetos, permite o estabelecimento da correspondência termo a termo. A inclusão hierárquica corresponde à compreensão que qualquer número contém os anteriores (Ponte & Serrazina, 2000). Relativamente à conservação do número, é uma capacidade mais difícil para as crianças mais novas, já que implica que percebam que, perante disposições diferentes do mesmo número, a quantidade não se altera (Rodrigues, 2010).

As bases para o sentido de número começam a desenvolver-se nos primeiros anos de vida (Clements & Sarama, 2009). Alguns dos conhecimentos informais adquiridos pelas crianças demonstram que estas já possuem algum sentido de número e começam a estabelecer *relações numéricas* (Reys, Lindquist, Lambdin, & Smith, 2007). Quando contam 2 dedos numa mão e 3 noutra, compreendem, por exemplo, que 2 é menos do que 3, o que permite, através da comparação, descobrir algumas relações sobre os números como *mais um do que*, *menos um do que* ou *o mesmo que* (Baroody & Wilkins, 1999; Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2010). Existem também as relações numéricas do tipo *mais dois do que* e *menos dois do que*, em que as crianças relacionam os números entre si, vendo por exemplo o 10 como tendo mais dois do que 8, não recorrendo por isso à contagem (Castro & Rodrigues, 2008b). Existem também as relações numéricas baseadas em números de referência, como o 5 e o 10, e que são igualmente importantes (Van de Walle, 1988). Por exemplo, pode dizer-se que o 7 é igual a  $5+2$  ou que corresponde a  $10-3$  (Castro & Rodrigues, 2008b). Tais relações são úteis para pensar em diversas

combinações entre os números (Van de Walle et al., 2010). Por outro lado, face a tarefas que envolvem a contagem de grupos com uma grande quantidade de objetos, os alunos tendem a procurar organizar as suas contagens recorrendo também a números de referência, como o 5 e o 10, para facilitar a sua contagem (Fosnot & Dolk, 2001). Têm maior facilidade com esses números uma vez que o 5 corresponde ao número de dedos de uma mão e o 10 corresponde ao número de dedos das duas mãos, modelos que usam desde cedo (Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Vale, Fonseca & Pimentel, 2011). O 10 desempenha um papel central no sistema de numeração e o 5 permite a decomposição do 10. Torna-se por isso pertinente explorar e desenvolver relações para os números de 1 a 10, tendo por base o 5 e o 10. Segundo Matos e Serrazina (1996), as referências numéricas são um instrumento útil para pensar sobre os números.

As *relações parte-parte-todo* são estabelecidas desde cedo, através de situações não – verbais, percetuais e intuitivas, em que as crianças reconhecem que o todo é formado por pequenas partes (decomposição), que o todo é maior do que as partes e também que as partes perfazem o todo (composição) (Clements & Sarama, 2009). Na verdade, a decomposição e a composição de números permitem a construção de relações parte-parte-todo (Clements & Sarama, 2007). Contudo, é assumido que a interpretação deste tipo de relações é um desafio para as crianças nos primeiros anos de escolaridade. Tal como refere Resnick (1983):

provavelmente o maior desafio nos primeiros anos é a interpretação dos números em termos de relações parte/todo. Com a aplicação dessas relações de quantidade torna-se possível para as crianças pensar sobre os números como composições de outros números. Este enriquecimento da compreensão dos números permite formas de resolver problemas matemáticos e a interpretação que não está disponível para as crianças mais novas. (p.114)

Numa primeira etapa do trabalho com números, salientam-se as relações numéricas estabelecidas através de arranjos visuais padronizados (Van de Walle, 1988) pois considera-se que, quantas mais relações numéricas forem estabelecidas, melhor será o conceito de número, ou seja, o sentido de número das crianças. Face a padrões de pontos ou outros elementos, os alunos poderão reconhecer visualmente quantos objetos existem num determinado conjunto sem os contar, ou seja, ver instantaneamente quantos são, recorrendo ao *subitizing* (Clements, 1999). Por exemplo, uma criança pode reconhecer visualmente um conjunto com 3 elementos sem usar qualquer processo matemático. Neste sentido, esta capacidade é mais básica do que a contagem, que envolve outras competências (Clements, 1999). Segundo este autor, *o subitizing* percetual diz respeito ao reconhecimento do número sem recorrer a nenhum tipo de processo matemático, correspondendo ao conceito que mais se aproxima da ideia inicial de *subitizing*. O reconhecimento de distribuições padronizadas presentes em materiais, como os dominós ou os dados, contribui para a identificação do número exato de elementos representados, levando à

emergência da cardinalidade, sem que ocorra a contagem (Clements & Sarama, 2007; Von Glaserfeld, Steffe, Richards & Thompson, 1983) e evidencia que a sua disposição não interfere na quantidade (conservação) (Castro & Rodrigues, 2008b). Por outro lado, o *subitizing* conceptual pode ser desenvolvido através das competências de contagem e da identificação de distribuições padronizadas (Clements, 1999). Este tipo de *subitizing* desempenha um papel organizativo mais avançado, ocorrendo a decomposição de um conjunto em partes, imediatamente identificáveis, e posteriormente a sua composição (Clements & Sarama, 2007). Podem ainda ocorrer composições através da percepção visual ou até o conhecimento e aplicação de factos numéricos simples (Castro & Rodrigues, 2008a). A contagem um a um não permite aos alunos reconhecer as partes que constituem um dado conjunto, por isso, interpretar o número do ponto de vista das partes que lhe estão associadas implica que as crianças pensem nos números como sendo compostos de outros números (Bobis, 1996). Desta forma, o *subitizing* conceptual apoia o desenvolvimento do sentido de número e de capacidades aritméticas (Clements, 1999), permitindo que as crianças desenvolvam estratégias de adição e de subtração mais sofisticadas (Clements & Sarama, 2009). Assim, o *subitizing* conceptual permitirá uma flexibilidade de pensamento ao nível de estratégias de contagem permitindo a emergência de expressões numéricas diversificadas mas equivalentes (Barbosa et al., 2011).

Para além das relações numéricas, a *contagem oral* e a *contagem de objetos* são capacidades que deverão ser amplamente desenvolvidas (Castro & Rodrigues, 2008b). É reconhecido que “contar e medir terão estado porventura entre as primeiras manifestações do que hoje chamamos atividade matemática” (ME-DGIDC, 2007, p. 2). Hoje, considera-se que é através da contagem e do reconhecimento de quantos objetos existem num determinado conjunto, que as crianças vão desenvolvendo a compreensão do número (NCTM, 2007), constituindo por isso uma ferramenta unificada no trabalho com os números (Anghileri, 2006). Relativamente à contagem oral, esta implica o desenvolvimento de alguns aspetos particulares:

conhecimento da sequência dos números com um só dígito; conhecimento das irregularidades entre 10 e 20 (11, 12, 13, 14, 15); compreensão de que o nove implica transição (19, 20,...); os termos de transição para uma nova série (10, 20, 30...) e as regras para gerar uma nova série. (Castro & Rodrigues, 2008b, p. 16)

O conhecimento e a facilidade de manipulação dos números abrange assim a descoberta de regularidades, nomeadamente, a compreensão da forma como o sistema de numeração hindu-árabe é organizado e como se generaliza (McIntosh et al., 1992). Na verdade, a compreensão dos números e do sistema de numeração constitui o alicerce sobre o qual muitas das capacidades matemáticas são construídas (Abrantes et al., 1999). Tal conhecimento contribui para a organização de raciocínios para a comparação e ordenação dos números (McIntosh et al., 1992) e



para ter um *sentido de grandeza absoluta e relativa* dos mesmos, ou seja, a sensibilidade para reconhecer o tamanho de um dado número e o seu valor relativo ou quantidade em relação a outro número (Matos & Serrazina, 1996).

A contagem de objetos envolve a coordenação da contagem verbal com o movimento de apontar ou mover objetos e saber que o último número pronunciado na sequência corresponde ao número de objetos do conjunto (Clements & Sarama, 2009). Reconhece-se, por isso, que esta tarefa é complexa para as crianças pois, apesar de ser uma capacidade mobilizada no seu dia-a-dia (Baroody & Wilkins, 1999), apresentam, por vezes, erros na contagem por não serem capazes de fazer a correspondência um a um com os objetos contados (Reys et al., 2007). Deste modo, a contagem deve ser uma experiência significativa para as crianças e não uma mera tarefa rotineira e com pouco sentido (Ponte & Serrazina, 2000).

No que se refere à contagem, inicialmente os alunos recorrem à estratégia *contar todos*, ou seja, contam um a um os elementos de cada conjunto e depois contam a totalidade dos elementos (Clements & Sarama, 2009). Segundo Treffers (2001), começam por apoiar o cálculo em modelos concretos. Para resolver problemas aritméticos usam frequentemente os dedos das mãos, uma vez que são um recurso acessível e permitem modelar situações aditivas envolvendo números até 10 (Castro & Rodrigues, 2008a). A contagem *a partir de*, quer *para trás* como *para a frente*, é potenciada pelo conhecimento da sequência numérica e permite desenvolver a capacidade de resolver problemas (Fuson, 1987, referida por Castro & Rodrigues, 2008a) podendo ser usada quando as crianças não conseguem efetuar a adição mentalmente ou desconhecem uma parcela (Clements & Sarama, 2009). Esta é uma estratégia complexa para os alunos, mas considerada essencial para desenvolver a adição e subtração (Reys et al., 2007), pode ser apoiada em objetos e pressupõe que a contagem seja efetuada a partir de um número que não o um (Clements & Sarama, 2009). A contagem para trás é considerada uma estratégia difícil para os primeiros anos pois requer que os alunos reconheçam o número pelo qual devem começar, sendo essa contagem mais complexa quando envolve mais de 3 números (Clements & Sarama, 2009). Para além disso exige que as crianças conheçam a sequência numérica inversa, sendo igualmente importante coordenar o movimento rítmico da contagem (Van de Walle et al., 2010). Este tipo de contagem exige alguma repetição, no entanto são experiências que não são muito comuns no quotidiano das crianças (Rodrigues, 2010). Apesar disso, é uma estratégia considerada importante para desenvolver a subtração (Reys et al., 2007).

A *contagem por saltos* assenta na utilização de padrões numéricos, é útil quando se está perante grandes quantidades (Fosnot & Dolk, 2001) e pela sua natureza rítmica é facilmente

memorizada pelas crianças (Van de Walle et al., 2010). Os padrões de contagem acabam por encorajar os alunos no desenvolvimento de estratégias que são importantes num cálculo flexível quando associadas às operações aritméticas (Anghileri, 2006). Os alunos podem associar o *subitizing* conceptual à contagem por saltos quando visualizam conjuntos (e.g disposições horizontais de 2) na moldura do 10 (Clements & Sarama, 2009).

Destaca-se também como fundamental a utilização de *factos específicos*, como base para efetuar alguns cálculos, que constituem conhecimentos memorizados (Fosnot & Dolk, 2001) e variam de acordo com os indivíduos. Apesar de ter havido um grande exagero na abordagem aos factos específicos, quer da adição quer da subtração, é importante que desde cedo se privilegie este tipo de conhecimento pois pode contribuir para um cálculo mental e escrito mais eficiente (Fosnot & Dolk, 2001). Alguns exemplos de factos específicos são os dobros (adição de parcelas iguais), os quase dobros (uma das parcelas é mais um ou menos um do que a outra) (Fosnot & Dolk, 2001; Van de Walle et al., 2010) e as combinações cujo resultado é 5 ou 10 (Fosnot & Dolk, 2001). O reconhecimento do zero como elemento neutro da adição também se considera um facto que os alunos mobilizam de forma automática. Apesar de não constar nas suas contagens, os alunos reconhecem a existência do zero como sendo “nada” (Clements & Sarama, 2009).

Desde os primeiros anos que as crianças recorrem a uma série de estratégias para resolver problemas numéricos. A contagem, inicialmente usada para adicionar (juntar) ou para subtrair (tirar), constitui a base conceptual para as operações aritméticas (Treffers, 2001). Segundo Fosnot e Dolk (2001) quando os alunos compreendem as ideias envolvidas nas operações, conseguem modelar diversas situações. Esta compreensão permitirá que as crianças se apercebam das propriedades das operações cuja utilização é indicadora do desenvolvimento do sentido de número (NCTM, 2007). No que concerne às propriedades das operações, duas são de salientar nos primeiros anos: a comutativa e a associativa (NCTM, 2007). No caso da propriedade comutativa os alunos acabam por compreender esta propriedade de uma forma intuitiva, estando por vezes associada a situações de contagem (Clements & Sarama, 2009).

De um modo geral, os alunos nos primeiros anos tendem a usar uma variedade de estratégias como a contagem pelos dedos, usar os dedos para estabelecer relações numéricas (*subitizing* conceptual), uso de combinações numéricas derivadas e factos específicos (e.g.  $7+7+1$ ) (Clements & Sarama, 2009).

O processo de consciencialização e reconhecimento dos símbolos numéricos é um processo complexo e gradual que envolve várias fases. O seu ensino começa pela manipulação de objetos, passando posteriormente pela verbalização do número, em seguida pela criação de imagens

mentais relativas ao número e finalmente pela representação gráfica, que inclui a escrita dos sinais convencionais (Vale et al., 2006). Segundo McIntosh et al. (1992) os alunos devem evidenciar facilidade e destreza na manipulação dos números, o que pressupõe o reconhecimento da existência de diferentes representações simbólicas e/ou icónicas, em diferentes contextos. É por isso fundamental considerar a representação dos números e das operações como um aspeto que integra o sentido de número.

Numa tentativa de associar os números e as operações, McIntosh et al. (1992) reforçam a importância da aplicação do conhecimento e da facilidade com os números e operações nos contextos de cálculo. Tudo isto implica a compreensão das relações entre o contexto e os cálculos adequados, a consciência da existência de múltiplas estratégias, a predisposição para usar uma representação eficaz e a revisão dos dados e do resultado com sensibilidade numérica. Assim, o sentido das operações interage com a vertente do sentido de número e permite o desenvolvimento conceptual dos procedimentos de cálculo escrito e mental (Cebola, 2002).

No que concerne ao cálculo escrito destacam-se os *algoritmos*, que constituem uma estruturação de uma série de procedimentos que podem ser usados na resolução de problemas, independentemente dos números (Fosnot & Dolk, 2001). É reconhecido, contudo, que o treino mecanizado de procedimentos de cálculo e a mera memorização de factos não promove por si só a compreensão (Abrantes et al., 1999). Considera-se que a introdução prematura dos algoritmos formais bloqueia o desenvolvimento de estratégias relacionadas com o cálculo mental. Este deve ser potenciado e encarado como um conjunto de procedimentos que se articulam entre si, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido (Menezes, Rodrigues, & Novo, 2007). Quando se recorre ao *cálculo mental*, estão envolvidos métodos de cálculo alternativos que têm por base as propriedades dos números e das operações. O desenvolvimento do sentido de número surge, desta forma, associado ao desenvolvimento de destrezas de cálculo mental, já que este contribui para um bom conhecimento e compreensão dos números e das relações que se estabelecem entre eles (Brocardo, Delgado, Mendes, Rocha, Castro, Serrazina, & Rodrigues, 2005). No entanto, o cálculo mental não serve apenas para calcular um resultado exato, mas também para determinar a sua ordem de grandeza ou para fazer uma estimativa de um resultado (Janeiro, 2007). De acordo com Sowder (1992), o cálculo mental e o cálculo por estimativa constituem dois aspetos importantes do sentido de número. Esta autora refere que estimar pode ajudar os alunos a desenvolver uma boa compreensão conceptual do número. Os bons estimadores são caracterizados por usar uma variedade de estratégias, demonstrando uma profunda

compreensão dos números e operações, são flexíveis no seu pensamento e estão predispostos a dar sentido aos números.

Face a esta capacidade que é o sentido de número e que envolve diversas componentes, podem destacar-se três vertentes: conceitos numéricos; operações com números; e aplicações com números e operações (McIntosh et al., 1992). Cada vertente engloba diversos aspetos que constituem um processo integrado e progressivo:

Conhecimento e facilidade com os números: sentido de organização/regularidade dos números, múltiplas representações dos números, sentido de grandeza relativa e absoluta dos números, uso de um sistema de números de referência; Conhecimento e destreza com as operações: compreensão do efeito das operações, compreensão das propriedades matemáticas das operações, compreensão das relações entre as operações; Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em contextos de cálculo: compreensão de relações entre o contexto de um problema e o cálculo a usar, consciência da existência de múltiplas estratégias, inclinação para utilizar uma representação e/ou métodos eficientes de resolução, inclinação para rever os dados e os resultados. (McIntosh et al., 1992, p. 4)

Desta forma, demonstra-se que o sentido de número é uma capacidade bastante complexa e multifacetada e que envolve múltiplas relações e competências (Van de Walle, 2003). Considera-se assim que o sentido de número deve ser desenvolvido desde os primeiros anos de escolaridade em contextos adequados que permitam que as crianças construam relações e interajam com os seus pares (Castro & Rodrigues, 2008a).

## **O sentido de número no Currículo**

O desenvolvimento do conceito de número, a par da compreensão do sistema de numeração decimal e do domínio das operações, eram aspetos já referidos no anterior Programa do 1º Ciclo (ME- DEB, 1990), como sendo importantes na aprendizagem da Matemática neste nível de ensino. Apesar do documento não fazer alusão à expressão *sentido de número*, salientava aspetos que lhe estão associados, como:

realizar manipulações que apelem à apreensão da noção de invariância da quantidade; quantificar agrupamentos; descobrir, progressivamente, os números (tendo em conta as possibilidades e ritmos individuais dos alunos); ler e escrever números; efetuar contagens; estabelecer relações de ordem entre números e utilizar a respetiva simbologia  $>$ ,  $<$ ,  $=$ ; ordenar números; colocar números numa reta graduada e orientada; ler e escrever os números por ordem crescente e decrescente; efetuar contagens 2 a 2, 3 a 3, etc; explorar situações que conduzam à descoberta da adição e da subtração; calcular somas e diferenças (tendo em conta as possibilidades e ritmos individuais dos alunos); compor e decompor números em somas e diferenças; utilizar os sinais “+” e “-” na representação de somas e diferenças (representação horizontal  $a+b$ ,  $a-c$ ); representar relações que envolvam adições e subtrações através de diagramas de setas; praticar o cálculo mental com números pequenos; procurar estratégias diferentes para efetuar um cálculo (ME-DEB, 1990, p. 173).

Centrava-se bastante no conhecimento de factos específicos e na aquisição de técnicas e procedimentos rotineiros. Os algoritmos eram considerados como um meio auxiliar de cálculo

que deveria ser desenvolvido, a par do desenvolvimento do trabalho com os números e operações e do cálculo mental. O cálculo mental surgia como um meio auxiliar de cálculo, sendo referidas as aprendizagens que se considerava que poderiam emergir.

No que concerne às experiências de aprendizagem para que os aspetos associados aos números e operações fossem desenvolvidos, ocorrendo verdadeiras construções e descobertas individuais, segundo o Programa do 1º Ciclo (ME-DEB, 1990) as crianças deveriam:

realizar muitas experiências de manipulação de objetos em situações da vida escolar (agrupar, separar, ordenar, quantificar, contar, distribuir, etc.); estabelecer relações entre os números e ir acedendo gradualmente à estrutura lógica do sistema decimal; ser confrontados com situações estimulantes que contemplem o seu enorme gosto pela atividade lúdica e nas quais os cálculos apareçam com uma finalidade significativa; dialogar com os colegas e com o professor sobre os seus pontos de vista na procura de soluções. (ME-DEB, 1990, p. 172)

Neste sentido os materiais estruturados e não estruturados deveriam constituir os recursos de apoio ao processo de ensino-aprendizagem no 1º ciclo.

Posteriormente foi publicado o *Currículo Nacional do Ensino básico* (ME-DEB, 2001). A competência matemática e, em particular, o sentido de número surgiam associados através de aspetos como: a compreensão dos números e operações; a fluência do cálculo; a compreensão das ordens de grandeza; a capacidade de estimação; a exploração, investigação e resolução de problemas. No 1º ciclo eram salientados aspetos específicos associados ao sentido de número, nomeadamente:

a compreensão do sistema de numeração de posição e do modo como este se relaciona com os algoritmos das quatro operações; o reconhecimento dos números inteiros e decimais e de formas diferentes de os representar e relacionar, bem como a aptidão para usar as propriedades das operações em situações concretas em especial quando aquelas facilitam a realização de cálculos (ME-DEB, 2001, p. 61)

Estes aspetos acabaram por ser retomados no Programa de Matemática do Ensino Básico (ME-DGIDC, 2007), currículo formal em vigor. Este documento dá ênfase ao sentido de número, capacidade integrada no tema Números e Operações, cujos objetivos principais são desenvolver nos alunos: o sentido de número, a compreensão dos números e das operações, a capacidade de cálculo mental e escrito e a capacidade para mobilizar esses conhecimentos para a resolução de problemas em diferentes contextos. Globalmente, destaca-se o contributo das experiências de contagem como base para o desenvolvimento do sentido de número. Esta evolução pode ser significativa se for estruturada nos conhecimentos e experiências prévias dos alunos. Por outro lado, considera-se que, para as tarefas serem significativas, devem implicar o recurso a modelos estruturados de contagem como o colar de contas, cartões com pontos organizados de forma pradonizada, objetos dispostos em arranjos diversos, a moldura do dez e também ábacos horizontais (ME-DGIDC, 2007). Tarefas desta natureza permitem que os alunos explorem diversos

processos de contagem e consequentemente relacionem e estruturem os números, permitindo a compreensão das relações numéricas. Contudo, a mera utilização de materiais não é suficiente sendo necessário que se reflita e discuta com os alunos sobre o trabalho realizado. Neste sentido, salienta-se o papel da comunicação, quer oral quer escrita, já que contribui para a organização, clarificação e consolidação do pensamento (ME-DGIDC, 2007).

De acordo com este documento curricular “num primeiro momento, os alunos devem ter a possibilidade de usar formas de cálculo escrito informais, de construir os seus próprios algoritmos ou de realizar os algoritmos usuais com alguns passos intermédios” (ME-DGIDC, 2007, p. 14). As estratégias desenvolvidas em sala de aula devem apoiar-se na composição e decomposição de números, nas propriedades das operações e nas relações entre números e entre as operações. Defende-se, por isso, que a aprendizagem dos algoritmos deve ser feita com compreensão. No entanto, os alunos devem ser capazes de efetuar, usar e (re) conhecer os factos e procedimentos básicos, executando procedimentos e algoritmos rotineiros, e usar de uma forma adequada a terminologia e as notações matemáticas (ME – DGIDC, 2007).

Associado às operações com números naturais (adição, subtração, multiplicação e divisão) surgem diversos objetivos específicos:

Compreender a adição nos sentidos combinar e acrescentar; compreender a subtração nos sentidos retirar, comparar e completar; compreender a multiplicação nos sentidos aditivo e combinatório; reconhecer situações envolvendo a divisão; usar os sinais  $+$ ,  $-$ ,  $\times$  e  $\div$  na representação horizontal do cálculo; compreender e memorizar factos básicos da adição e relacioná-los com os da subtração; compreender, construir e memorizar as tabuadas da multiplicação; resolver problemas envolvendo adições, subtrações, multiplicações e divisões. (ME-DGIDC, 2007, p. 16)

O Programa de Matemática do Ensino Básico (ME-DGIDC, 2007) também valoriza o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, fazendo referência a esta capacidade de uma forma mais evidente do que o documento curricular anterior. O cálculo mental é caracterizado partindo de características associadas ao sentido de número:

(i) trabalhar com números e não com algarismos; (ii) usar as propriedades das operações e as relações entre números; (iii) implicar um bom desenvolvimento do sentido de número e um saudável conhecimento dos factos numéricos elementares; (iv) permitir o uso de registos intermédios de acordo com a situação (ME-DGIDC, 2007, p.10)

Desta forma, os alunos poderão usar as suas referências numéricas, escolher os cálculos que acharem mais adequados, desenvolver a capacidade de estimar e de analisar a razoabilidade dos resultados obtidos. Para além do desenvolvimento do cálculo mental, é igualmente importante o desenvolvimento da capacidade de estimar e do uso de valores aproximados e, por isso, ao longo do 1º Ciclo deve-se:

encorajar os alunos a participar em momentos de partilha e debate na aula e a explicar e justificar o seu raciocínio de modo claro e coerente, usando propriedades e relações matemáticas. Quando

essas justificações não são compreendidas devido a dificuldades no discurso, cabe ao professor incentivar a sua reformulação, sugerindo, por exemplo, que se utilizem palavras mais facilmente compreensíveis, que se clarifique alguma ideia ou que se siga outro caminho. (ME-DGIDC, 2007, p. 30)

Em articulação com o Programa de Matemática (ME-DGIDC, 2007) foram definidas as Metas de Aprendizagem (ME-DGIDC, 2010), cuja organização tem por base os 4 temas definidos no primeiro documento: Números e Operações, Geometria e Medida, Organização e Tratamento de dados e Álgebra. Com a elaboração destas Metas pretendia-se: clarificar e operacionalizar os objetivos gerais e específicos do Programa de Matemática do Ensino Básico; ter em atenção a formulação original dos objetivos para evitar interpretações erradas; articular as capacidades transversais (comunicação matemática, raciocínio matemático, resolução de problemas) com os tópicos matemáticos; definir metas de final de ciclo e a partir delas definir as metas para o 1º/2º anos e 3º / 4º anos (ME-DGIDC, 2010). As metas finais e intermédias definidas constam igualmente no Programa de Matemática e correspondem aos tópicos e objetivos específicos do mesmo.

Do ponto de vista internacional, o documento *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007) apresenta como finalidades para o domínio dos Números e das Operações, para os primeiros anos de escolaridade “compreender os números, as formas de representação dos números e os sistemas numéricos; compreender o significado das operações e o modo como elas se relacionam entre si; calcular com destreza e fazer estimativas plausíveis” (p. 90). O processo de ensino e aprendizagem dos números e operações tem por objetivo a compreensão global dos números, das operações e das suas relações. Este processo é gradual e transversal a todos os níveis de ensino. Estas finalidades refletem uma série de capacidades que devem ser desenvolvidas de uma forma integrada e progressiva ao longo dos níveis mais elementares. Relativamente ao conhecimento dos números é salientado que a capacidade para os usar é importante:

os alunos deverão adquirir um conhecimento vasto dos números: o que são; de que forma são representados através dos objetos, numerais ou em retas numéricas; como se relacionam uns com os outros; como estão profundamente integrados em sistemas com determinadas estruturas e propriedades; e como devem ser utilizados para resolver problemas. (NCTM, 2007, p. 14)

A expansão e compreensão do conhecimento do conceito de número é possível através da contagem e do reconhecimento de “quantos existem” em conjuntos de elementos (*subitizing*). O recurso a materiais que permitam que os alunos visualizem diferentes formas de decompor o número, permite que os alunos demonstrem e comuniquem o seu conhecimento e por outro lado, a tarefa se torne significativa. No entanto, a mera utilização dos materiais não assegura a

compreensão, sendo por isso necessário incentivar as crianças a verbalizar e a registrar junto dos seus pares e professor as suas descobertas.

Na compreensão e relação entre operações considera-se importante diversificar os contextos das tarefas, pois permitirá que se desenvolva a compreensão acerca do modo como as operações afetam os números. Por outro lado, a compreensão das operações passa pelo incentivo do uso de estratégias de contagem, modelação direta, pela resolução de problemas que envolvem as ideias “acrescentar” e “retirar”, nos casos da adição e da subtração. Ao desenvolver a compreensão das operações os alunos também são confrontados com as respetivas propriedades das operações.

A par do desenvolvimento do conhecimento dos números e das operações deve ser potenciado o ensino de estratégias de cálculo com números inteiros para que os alunos desenvolvam flexibilidade e destreza de cálculo que diz respeito “ao possuir e utilizar métodos de cálculo eficazes e precisos” (NCTM, 2007, p. 34). Neste sentido, de uma forma progressiva, os alunos devem ser incentivados a deixar os objetos de contagem e resolver os problemas através do cálculo mental ou do registo do raciocínio. Por outro lado, os alunos devem ser encorajados a inventar as suas estratégias de cálculo e a partilhá-las nas discussões em sala de aula. Assim, o desenvolvimento do sentido de número vai-se alargando e aprofundando através da identificação e utilização de relações na resolução de problemas, na construção de ideias e destrezas e com a associação das novas às aprendizagens prévias (NCTM, 2007).

## **O desenvolvimento do sentido de número: a importância da visualização**

Atualmente reconhece-se que a visualização e a representação são capacidades importantes para a compreensão matemática (Duval, 1999). Para muitos autores estas capacidades são indissociáveis e estão intimamente relacionadas. Começa-se então por refletir sobre o significado de visualização e os aspetos que lhe estão subjacentes.

Presmeg (2006) define imagem visual como sendo uma construção mental que representa informações visuais ou espaciais. A construção de tais imagens é útil na elaboração de significados matemáticos. Segundo esta autora existem diferentes tipos de imagens visuais: as imagens concretas e pictóricas, que estão na nossa mente; as imagens padronizadas; as imagens memorizadas de fórmulas; as imagens dinâmicas e as cinestésicas, sendo que as primeiras correspondem a imagens que se movem ou transformam e as segundas correspondem a atividades físicas, como o recurso aos dedos quando contamos. Considera-se ainda que os alunos que têm uma boa compreensão matemática tendem a usar imagens dinâmicas e padronizadas.



Por outro lado, aqueles que têm algumas dificuldades de compreensão tendem a usar as imagens concretas, as cinestésicas e as memorizadas.

Para Presmeg (2006) a visualização diz respeito aos processos de construção e de transformação das imagens mentais e visuais e a todas as representações de natureza espacial que podem estar implicadas no processo de *fazer* matemática. A mesma ideia é apontada por Zimmermann e Cunningham (1991) que definem visualização como o processo de produção ou utilização de representações geométricas ou gráficas de conceitos matemáticos, com papel e lápis ou através do computador. Esta manipulação de representações é útil para compreender conceitos matemáticos e resolver problemas. Na verdade, não só os aspetos ilustrativos são importantes na visualização, mas é inegável que constituem uma componente essencial do raciocínio conceptual e perceptual, na resolução de problemas e na demonstração (Arcavi, 2003). Segundo este autor, a visualização é:

a capacidade, o processo e o produto de criação, interpretação, uso e análise de figuras, imagens e diagramas na nossa mente, no papel ou por intermédio de ferramentas tecnológicas, com o propósito de descrever e comunicar informação, pensar sobre e desenvolver ideias previamente desconhecidas e progredir no conhecimento. (p. 26)

É assim evidente uma associação entre visualização e compreensão matemática. A visualização distingue-se da mera percepção visual, que se baseia na forma como o mundo físico é visto, o que pode conduzir a diferentes interpretações. A visualização refere-se a uma atividade cognitiva mais complexa procurando a compreensão (Duval, 1999). Segundo este autor, esta capacidade torna visível o que não é visível através da visão, permitindo a apreensão e organização de relações.

A visualização também constitui uma poderosa ferramenta para estabelecer conexões entre diferentes áreas da Matemática, para promover o pensamento flexível e encorajar os alunos a olhar para as conexões entre diversas representações matemáticas (Thornton, 2001). Neste sentido, as representações surgem associadas à visualização uma vez que permitem a construção de novos conhecimentos e a expressão de ideias matemáticas (NCTM, 2007). Segundo Duval (1999) existem dois tipos de representações:

aquelas que são intencionalmente produzidas usando qualquer sistema semiótico: frases, gráficos, diagramas, desenhos, cuja produção pode ser mental ou externa. Por outro há aquelas que são causalmente e automaticamente produzidas por um sistema orgânico (sonho ou a memória visual da imagens) ou por um dispositivo físico (reflexões ou fotografias). (p. 4)

Outros autores fazem distinção entre representações externas e internas (Goldin & Steingold, 2001). A interação entre estes dois tipos de representação é importante para que o ensino e aprendizagem sejam significativos. As representações externas constituem representações do sistema matemático e que podem ser usados em contexto de sala de aula.

Podem apresentar relações visuais ou espaciais, como os diagramas, apresentações mais formais, como o sistema de numeração, ou até as palavras. As representações internas dizem respeito às construções pessoais, às atitudes e crenças associadas à Matemática e ao significado atribuído pelos alunos. Apesar de não ser possível aceder às representações internas pode-se inferir sobre elas, através da comunicação e produção de representações externas (Goldin & Steingold, 2001). Por isso é importante que os professores tenham em atenção o modo como os alunos usam os materiais manipuláveis, as palavras que usam, os registos efetuados (e.g. diagramas, fórmulas..), as estratégias usadas na resolução de problemas.

A representação também surge associada à comunicação matemática que constitui uma das capacidades transversais apresentadas no Programa de Matemática do Ensino Básico (ME-DGIDC, 2007). Através das representações os alunos comunicam as suas ideias matemáticas e permitem a organização, clarificação e consolidação do seu pensamento. É assim importante que os alunos tenham contacto com diversas representações pois, quantas mais conhecerem, mais possibilidades terão para associar os novos conceitos ou procedimentos aos conhecimentos prévios (Boavida, Cebola, Paiva, Pimentel, & Vale, 2008). Por outro lado permite que as crianças construam imagens mentais desses conjuntos e reconstruam essas imagens sem necessitar de objetos concretos (Bobis, 2008).

Apesar da relevância da visualização, tem-se desvalorizado o seu papel como uma parte integrante das aulas de Matemática. Segundo Arcavi (2003) este facto assenta em algumas dificuldades que foram por si categorizadas em culturais, cognitivas e sociológicas. As dificuldades culturais dizem respeito às crenças e valores associados ao significado e à atividade matemática. Assim, as diferentes opiniões que prevalecem na comunidade matemática acerca do que é ou não matematicamente aceitável acabam por influenciar as escolhas dos materiais curriculares e das metodologias usadas pelos professores, que acabam por não valorizar capacidades como a visualização. Relativamente às dificuldades cognitivas levanta-se a questão se o que é visual facilita ou não a compreensão dos conceitos. Por um lado, se as imagens integrarem uma grande variedade de conceitos, o esforço cognitivo é maior. Uma vez que este tipo de tarefas não implica a aplicação de procedimentos rotineiros, os alunos e professores rejeitam este tipo de tarefas por não se sentirem confiantes (Arcavi, 2003). Por fim, as dificuldades sociológicas estão associadas às metodologias de ensino e por outro lado aos contextos culturais dos alunos (Arcavi, 2003).

Para colmatar estas dificuldades, Shama e Dreyfus (1994) defendem que o processamento visual pode conduzir à compreensão através da conjugação de estratégias visuais com estratégias analíticas. No entanto, é importante conhecer bem ambas e as conexões que é possível

estabelecer. As estratégias visuais são assim valorizadas na resolução de problemas por serem intuitivas e potenciarem descobertas criativas (Zimmermann & Cunningham, 1991). Presmeg (1986, referida por Barbosa, 2009) acrescenta que a compreensão é igualmente potenciada pelo uso de imagens dinâmicas e imagens representativas de conceitos abstratos.

Embora a visualização seja muitas vezes associada à geometria, as representações visuais também podem ser usadas em contextos aritméticos (Vale, 2009), sendo por isso salientada a importância dos contextos figurativos. Tal como referem Vale, Pimentel, Alvarenga e Fão (2011) “os contextos figurativos são mais intuitivos para a maior parte dos alunos, e em particular para os dos níveis mais elementares” (p. 4). O reconhecimento de que a capacidade visual dos alunos ajuda a dar sentido à Matemática nos primeiros anos, levou a considerar-se importante associar a visualização ao sentido de número (Bobis, 1996). Segundo Vale (2009) quando as ideias são representadas através de uma imagem são mais facilmente retidas e compreendidas. Parte-se do princípio que as atividades associadas à visualização, tendo por objetivo o desenvolvimento do sentido de número, permitem “desenvolver a compreensão da quantidade; dar significado aos números; ajudar os alunos a ver as relações dos números uns com os outros; apoiar a compreensão acerca do modo como os números operam” (Shumway, 2011, p. 36). Já Howden (1989), na definição que formulou para o sentido de número salientou a relevância da componente visual, ao referir que os números devem ser visualizados em contextos diversos, facilitando o estabelecimento de relações.

As capacidades espaciais, mais especificamente a capacidade de perceber as estruturas espaciais, têm sido vistas como uma influência positiva no desenvolvimento matemático das crianças (Bobis, 2008). De acordo com Clements e Sarama (2009) o reconhecer e nomear quantos elementos estão num determinado conjunto constitui um aspeto importante para desenvolver o sentido de número, o *subitizing*. Trata-se de uma capacidade que

contribui para o desenvolvimento do princípio da conservação e do princípio da cardinalidade pois, perante diferentes arranjos de um mesmo número, por exemplo, as crianças vão-se apercebendo de que ambos têm o mesmo número de elementos (cardinalidade) e que a disposição desses elementos não interfere com esse número (conservação). (Castro & Rodrigues, 2008a, p. 124)

O *subitizing* conceptual constitui uma capacidade matemática mais avançada, uma vez que permite a decomposição mental de uma disposição padronizada e depois a composição com a visualização do conjunto como um todo (Clements & Sarama, 2007). Tal permite igualmente o estabelecimento de relações numéricas que permitirão o desenvolvimento do conceito de número e enriquecerão posteriormente o sentido de número (Van de Walle, 1988). Reconhece-se que em números superiores a 5 já se verifica a decomposição de disposições (Bobis, 1993; Clements & Sarama, 2009). Por outro lado, a composição e a decomposição são operações

importantes para a construção do sentido de número. Inicialmente os alunos aprendem que o todo é constituído por partes (decomposição), depois que o todo é mais do que as partes e reconhecem que as partes fazem o todo (composição). Posteriormente aprendem a representar iconicamente as partes que compõem o todo e só mais tarde passam à representação simbólica (Clements & Sarama, 2007). Neste processo salienta-se o papel dos padrões que podem assumir diversas formas, variando entre padrões espaciais (dominós), padrões de dedos, os rítmicos e ainda os padrões que conjugam os espaciais com os rítmicos (Clements, 1999).

Relativamente às disposições espaciais reconhece-se que podem facilitar ou dificultar o reconhecimento. Segundo Clements (1999), as disposições retangulares são mais fáceis de reconhecer pelas crianças, seguidas das lineares, depois as circulares e por fim as aleatórias, que são as mais difíceis de identificar. Há outros aspetos que podem condicionar o reconhecimento, como a utilização de formas pouco adequadas, a inexistência de simetria e os arranjos irregulares (Carpeer, 1942; Dawson, 1953, referidos por Clements, 1999). Estas situações podem dificultar o *subitizing* conceptual, aumentar os erros e encorajar a contagem um a um em vez de estratégias de contagem mais sofisticadas. Como forma de fomentar o *subitizing* e, para ultrapassar estas dificuldades, é importante que as imagens apresentadas aos alunos possuam algumas características:

a) os conjuntos não devem estar envolvidos em contextos pictóricos; b) as formas devem ser simples, como grupos homogéneos de círculos ou quadrados em vez de imagens de animais ou mistas de outros tipos de formas; c) os conjuntos regulares devem ser valorizados e devem possuir simetrias, com combinações lineares para as crianças do pré-escolar e combinações retangulares para as crianças mais velhas; d) as imagens usadas devem possuir um bom contraste. (Clements, 1999, p. 403)

Os padrões assumem assim um papel importante na visualização, sendo integrados no ensino da Matemática “na tentativa de ajudar os alunos a atribuir um maior significado, satisfação, ou até ambos, à experiência ou ambiente de aprendizagem e até quem sabe a facilitar a memorização” (Orton, 1999, p. vii).

Segundo Bobis (1993) a capacidade intuitiva da visualização pode proporcionar o desenvolvimento de relações numéricas e a formulação de estratégias para perceber os factos básicos, atribuindo-lhes significado. Através do encorajamento da visualização, as crianças são capazes de mentalmente combinar e separar os números representados. Atividades e materiais em que as crianças tenham de usar o *subitizing* permitem a compreensão de relações parte-parte-todo e facilitam o desenvolvimento do sentido de número (Bobis, 1996), contribuindo para melhores desempenhos e para a utilização de estratégias mais sofisticadas.

Considera-se que a atividade matemática deve implicar o recurso a representações na explicação de raciocínios, o que se traduz no recurso a analogias, desenhos ou materiais manipuláveis (Vale, 2009). Em particular, os materiais estruturados e não estruturados são facilitadores da aprendizagem pois “têm um papel intermediário entre a realidade concreta e a sua representação mental e/ou entre as operações concretas dessa realidade e as operações matemáticas” (Brocardo, Serrazina, & Kraemer, 2003, p. 14). Tal permitirá que os alunos deixem de calcular por contagem e recorram a outras estratégias mais sofisticadas. Neste sentido, de acordo com Treffers (2001), existem diversos modelos que poderão ser utilizados para estruturar os números pelo menos até 20: os *modelos lineares*, os *de agrupamento* e os *combinados*. Relativamente aos modelos lineares, são aqueles que representam a sequência numérica, como o colar de contas ou a reta numérica e que permitem a aquisição da capacidade de ordenar os números por ordem de grandeza e de designar os números seguintes e anteriores. Por outro lado, nos modelos de agrupamento os números podem ser agrupados e decompostos de várias formas: em unidades, de 2 em 2, de 5 em 5 e representados de diversos modos. Neste caso, os alunos podem contar os objetos, como é o caso dos dedos das mãos, cubos de encaixe ou o dominó. Relativamente aos dedos das mãos este constitui um recurso que é usado pelos alunos mais novos para realizarem as suas contagens. Pode-se também referir as cartas com distribuições padronizadas e não padronizadas e que permitem que os alunos estabeleçam relações entre as diferentes partes de um número, relacionar cada número com os outros números, estabelecendo relações do tipo *mais um do que* e *menos um do que*, *mais dois do que* e *menos dois do que*, relações numéricas usando o 5 e o 10 (Van de Walle, 1988). Por fim, à combinação dos dois modelos anteriores, linear e de agrupamento, Treffers (2001) apelidou de modelo combinado, apresentando como exemplos o ábaco horizontal e a moldura do 10. A moldura do 10 pode ajudar as crianças com dificuldades a visualizar diferentes combinações aditivas assim como reconhecer configurações diferenciadas para os números (Clements, 1999). Será esse reconhecimento do número que o aluno irá reter e que se tornará significativo para ele (Vale et al., 2011). Para além disso, a moldura do 10 ajuda a desenvolver o reconhecimento de grupos de números, a estruturar estratégias de cálculo mental, a decompor números, estimula a descrição de diferentes padrões e encoraja as crianças a pensar de uma forma flexível acerca dos números (Reys et al., 2007). Constitui assim a base para o desenvolvimento da contagem, sendo também um contexto visual rico para o desenvolvimento da compreensão do número e do cálculo (Losq, 2005).

Desta forma, é reconhecido que os materiais concretos permitem a exploração de ideias numéricas como relações do tipo *mais do que*, *menos do que*, a composição, a decomposição, o agrupamento e modelação do número de formas diferenciadas, o que constitui uma ferramenta útil para a construção da Matemática (Howden, 1989). É por isso importante que o professor proporcione atividades que promovam o desenvolvimento das capacidades visuais dos alunos (Vale et al., 2011) pois considera-se que a contagem por si só não permite o desenvolvimento de uma rede rica de relações numéricas. Tais tarefas devem envolver a exploração de contextos figurativos que evidenciem as propriedades das figuras e as suas relações geométricas e numéricas. Assim, apostar em tarefas de contagem associadas a contextos visuais estimulará os alunos a ver formas diversificadas de contagem, optando pelo modo de contagem mais eficaz, a escrever expressões numéricas correspondentes e a descobrir que estas são equivalentes (Vale et al., 2011). Tal como referem Clements e Sarama (2009) é importante que as crianças deem sentido aos procedimentos. Por outro lado, as crianças devem ter oportunidade para verbalizar o que estão a observar no contexto visual (Van de Walle, 1988). Assim, do ponto de vista pedagógico, a sala de aula deve ser vista como um local onde os alunos deverão ter oportunidades de experienciar a matemática em contexto, interpretar os resultados do seu pensamento matemático e refletir isso na forma como a usam (Kersaint, 2007).



### CAPÍTULO III – METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentadas e fundamentadas as opções metodológicas subjacentes a este estudo. Faz-se, por isso, referência às características da abordagem de investigação escolhida, em articulação com os propósitos deste trabalho. É focado igualmente o papel da investigadora e são apresentadas as diversas fontes de recolha de dados usadas. Tendo em vista um conhecimento mais detalhado do modo como o estudo foi preparado, é feita uma descrição da forma como as tarefas foram selecionadas, seguindo-se a sistematização da calendarização do estudo e, finalmente, a descrição do modo como os dados foram analisados.

#### Opções metodológicas

A escolha da metodologia e do respetivo *design* teve por base o objetivo do estudo e a natureza das questões de investigação. As questões que orientam a investigação são um reflexo do problema em estudo que, neste caso, consiste em compreender a forma como as tarefas de contagem em contextos visuais influenciam o desenvolvimento do sentido de número em alunos do 1º ano de escolaridade. As questões definidas são abertas, evolutivas e não direcionadas (Creswell, 2003), centradas em descrições aprofundadas e detalhadas de processos, como estratégias e dificuldades emergentes na resolução das tarefas referidas. Desta forma, a investigação realizada é qualitativa de natureza interpretativa.

Na investigação qualitativa procura-se desenvolver a compreensão de fenómenos e a descrição de realidades de uma forma minuciosa, aumentando a perceção do investigador sobre as situações estudadas (Bogdan & Biklen, 1994; Patton, 2002) o que justifica a escolha desta metodologia de investigação:

A investigação qualitativa é um método multifacetado envolvendo uma abordagem interpretativa e naturalista do assunto em estudo. Isto significa que os investigadores qualitativos estudam as coisas no seu ambiente natural numa tentativa de interpretar o fenómeno. (Denzin & Lincoln, 1994, p.2)

O significado é, neste âmbito, essencial e, por esse motivo, o acesso ao contexto é fundamental para se entenderem as ações (Bogdan & Biklen, 1994), por isso os investigadores qualitativos necessitam de observar o que se passa *in loco*, entrevistar pessoas e analisar documentos (Patton, 2002). A investigação qualitativa está orientada para o que se passa no terreno, apresentando um cariz empírico (Stake, 2009), assumindo o investigador um papel preponderante na recolha de dados. Os estudos qualitativos enquadram-se em todas as situações em que a preocupação do investigador se centra nos significados que os indivíduos atribuem a um determinado fenómeno, o que pensam e o que sabem acerca dele (Patton, 2002), assim como na compreensão de interações entre indivíduos e contextos, sendo por isso os dados qualitativos



descritivos, na pretensão de capturar e comunicar as experiências através das palavras do investigador.

Do ponto de vista do *design* de investigação optou-se pelo estudo de caso. Constitui uma abordagem que se adequa à compreensão e ao conhecimento detalhado do objeto em estudo (Stake, 2009). De acordo com Ponte (1994) o estudo de caso é um *design* de investigação que se assume:

como particularista, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspetos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global do fenómeno de interesse. (p. 2)

Trata-se de um *design* de investigação de carácter descritivo, centrado numa situação específica e que pretende a clarificação da compreensão do leitor (Merriam, 1988). É particularmente útil quando a finalidade passa pela descrição detalhada das vivências dos sujeitos, implicando um estudo em contexto natural, com recurso a múltiplas técnicas de recolha de dados (Cohen & Manion, 1990). O investigador tem assim em atenção a sequencialidade dos acontecimentos em contexto e os episódios mais significativos (Stake, 2009). Sendo os fenómenos educativos subjetivos e passíveis de interpretação, adequa-se, nestas situações, a realização de um estudo de caso (Cohen & Manion, 1990).

Segundo Stake (2009) existem diferentes tipos de estudos de caso: estudo de caso intrínseco; o estudo de caso instrumental; e o estudo de caso coletivo. Relativamente ao primeiro, realiza-se quando se procura compreender um caso em particular por constituir um profundo interesse, justificado pela necessidade de conhecer todos os detalhes e características que lhe são particulares. No estudo de caso instrumental, o caso em si é visto como um meio para compreender outro fenómeno ou aprofundar uma teoria. No estudo de caso coletivo escolhe-se um conjunto de casos que vão permitir perceber melhor um determinado fenómeno. Neste trabalho realizou-se um estudo de caso instrumental uma vez que se pretendia compreender aspetos associados ao desenvolvimento do sentido de número.

## **Participantes e escolha dos casos**

Este estudo realizou-se durante o ano letivo 2011/2012, numa escola do Ensino Básico do 1º ciclo do distrito de Viana do Castelo e incidiu sobre uma turma de 1º ano que estava integrada numa turma mista (1º e 2º anos). Considerando os propósitos desta investigação e o facto de se privilegiar o início do percurso do ensino formal, foi selecionada uma turma do 1º ano de escolaridade. Não sendo objetivo deste estudo investigar a prática profissional, não havia um

interesse especial em procurar um professor com características particulares, mas um profissional que demonstrasse disponibilidade em colaborar no estudo e valorizasse este tipo de experiência.

O estudo de caso não procura obter a amostragem mas sim aprofundar e alargar o conhecimento acerca do fenómeno em estudo. Neste sentido, a escolha dos casos apoiou-se em alguns critérios pois cada um dos alunos representava uma possibilidade de caso a estudar. Tendo em atenção as características deste estudo, pretendia-se que o número de casos constituísse uma dimensão de trabalho a que a investigadora pudesse dar resposta e inicialmente decidiu-se estudar 3 casos individuais contudo, à medida que o estudo foi decorrendo, verificou-se uma replicação de dados e, por isso, considerou-se adequado acompanhar apenas dois destes alunos.

Uma vez que numa investigação desta natureza se procura obter informação detalhada e rica sobre o que se pretende estudar, na seleção dos casos foi tida em consideração a opinião da professora titular da turma, que conhecia bem as características dos alunos, e foram usados alguns critérios de forma a assegurar a compreensão do problema em estudo (Stake, 2009): diversidade de género; disponibilidade para participar na investigação; razoável capacidade de comunicação. Uma vez que o tempo destinado à investigação e o acesso ao campo é limitado, era importante que os casos selecionados se mostrassem disponíveis e receptivos à investigação. Como se pretendia compreender a forma como pensaram, a capacidade para comunicar verbalmente, era importante.

A seleção dos alunos decorreu durante o 2º período, após a análise das informações recolhidas para cada aluno e tendo em conta os critérios de seleção antes descritos. Desta forma, selecionou-se a “empenhada” Carla e o “inseguro” Vasco. Os alunos aceitaram bem a situação, mostrando apenas algum receio relativamente à possibilidade de explicar como pensaram.

## **O papel da investigadora**

Na investigação qualitativa o investigador assume um papel essencial na recolha de dados (Bogdan & Biklen, 1994), sendo que é ele que decide quem deve ser entrevistado, observado e que documentos analisar (Vale, 2004). Neste sentido, este tipo de investigação apresenta inevitavelmente marcas de quem investigou, havendo a chamada intersubjetividade, resultado da interação entre o investigador e o objeto em estudo (Santos, 2002). A permanência na escola e o contacto com a turma, durante um período superior ao que era necessário à recolha de dados, foi útil para minimizar os efeitos da presença da investigadora que neste caso não era a professora da turma. A investigadora teve a oportunidade de observar as atividades e interações entre todos os intervenientes e envolveu-se diretamente nesses momentos, assumindo o papel de

observadora participante (Patton, 2002). Esta técnica de recolha de dados facilita o acesso ao mundo das pessoas que pretende estudar, permitindo conhecê-las, dar-se a conhecer e ganhar a sua confiança (Cohen & Manion, 1990). Assim, sempre que a investigadora esteve presente, os alunos naturalmente solicitaram o seu apoio na realização das tarefas propostas pela professora titular, favorecendo deste modo uma colaboração mais efetiva por parte dos alunos. Por outro lado, esta proximidade permitiu a recolha de informações importantes sobre o contexto, a turma, a professora titular e os alunos caso em particular tendo sido efetuadas entrevistas aos alunos caso com vista a obtenção de informações que permitissem conhecê-los do ponto de vista académico e pessoal (Anexo 6).

Como forma de garantir a imparcialidade no estudo considera-se pertinente que o investigador seja capaz de se colocar num ponto de vista exterior como observador da realidade e não a influenciar (Santos, 2002). É assim fundamental que sejam consideradas diligências para que as interpretações sejam fiáveis, explicitando expectativas e convicções, envolvendo os participantes no processo de interpretação e análise de dados e dando a conhecer os diferentes papéis por si assumidos durante a investigação (Vale, 2004). Neste estudo, a pessoa que o realizou assumiu o papel de investigadora no âmbito da observação participante tendo clarificado, desde o início do ano letivo, os propósitos da investigação, a intencionalidade das suas interações e o que esperar dos participantes. Para além disso, procurou-se promover um ambiente de confiança que favorecesse a participação dos alunos e que os levasse a argumentar e a justificar os seus raciocínios.

## **Recolha de dados**

O *design* de estudo de caso implica o recurso a múltiplas fontes de evidência. Desta forma, neste estudo, os dados foram obtidos através de diversas técnicas, usualmente associadas a investigações de natureza qualitativa.

## **Observação**

Tendo em atenção que o contexto e o significado assumem um papel importante na investigação qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994), considerou-se pertinente recorrer à observação que, em conjunto com outros métodos de recolha de dados, permite o contacto próximo com o fenómeno em estudo, facilitando a compreensão do mesmo (Stake, 2009). É igualmente considerada uma técnica privilegiada para comparar aquilo que o indivíduo diz, ou o que não diz, com aquilo que faz. Para além disso, o que é observado não é controlado pelo investigador (Vale,

2004), que acede às perspectivas dos sujeitos, percebendo o que motivou certas reações e o seu significado no momento da observação.

De entre as diversas modalidades de observação, e considerando as características deste estudo, optou-se pela observação participante que possibilita uma compreensão mais aprofundada dos processos utilizados pelos alunos nas várias tarefas e das dificuldades sentidas. As interações permitidas por este tipo de observação levam ao estabelecimento de conversas casuais ou entrevistas informais que fornecem dados complementares (Vale, 2004). Por outro lado, deste envolvimento ativo o investigador pode interpretar o que se se passou no contexto e refletir sobre o que aconteceu (Stake, 2009).

É de salientar que os investigadores qualitativos enfatizam a importância da relação entre o investigador e o que é estudado (Denzin & Lincoln, 1994), situação que é potenciada através deste tipo de observação. A observação e o envolvimento nas atividades no papel de observador participante permitiram a formulação de notas de campo. Estas são registos daquilo que o investigador ouve, lê, experiencia e pensa durante a recolha de informação (Bogdan & Biklen, 1994) e englobam descrições das atividades ao longo do trabalho de campo, comportamentos, ações, conversas e interações interpessoais entre os intervenientes (Patton, 2002). Neste estudo, os registos tiveram por base não só o contexto sala de aula mas também contextos menos formais como o recreio, as conversas que decorriam entre os alunos, a investigadora e a professora titular. Foram observadas as interações e comportamentos dos alunos nas aulas em que a investigadora esteve presente, assim como nas aulas em que foram implementadas as tarefas. Para estes momentos, foi elaborado um guião de observação (Anexo 4) com a finalidade de facilitar e sistematizar os registos que eram efetuados nos intervalos das aulas ou pouco tempo depois da implementação das tarefas.

As observações permitiram destacar um conjunto de aspetos e questões que foram fundamentais para a preparação das entrevistas, mas também foram um importante contributo para a compreensão do modo como os alunos realizaram as tarefas, com especial enfoque nas estratégias usadas e nas dificuldades sentidas.

## **Entrevistas**

As entrevistas podem surgir associadas a outros métodos de recolha de dados como a observação (Bogdan & Biklen, 1994). De acordo com Vale (2004) através da entrevista é possível obter informações a que não se acede através da observação como por exemplo sentimentos, pensamentos ou raciocínios. Para além disso, permite reunir as descrições e as interpretações dos

outros (Stake, 2009). Esta técnica de recolha de dados potencia a clarificação e a interpretação do sentido das opiniões dos entrevistados, bem como as suas atitudes e concepções. Neste sentido, segundo Psathas (1973, referido por Bogdan & Biklen, 1994) é importante questionar continuamente os sujeitos para perceber aquilo que experienciam, o modo como interpretam as suas vivências e como estruturam o mundo social que integram. Em suma, a entrevista “é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 134).

As entrevistas variam quanto ao seu grau de estruturação entre: estruturadas, semiestruturadas e não estruturadas (Bogdan & Biklen, 1994). As entrevistas estruturadas envolvem uma série de questões pré-estabelecidas com um conjunto limitado de categorias de resposta (Fontana & Frey, 1994) e no outro extremo existem as não estruturadas em que o investigador encoraja o indivíduo a falar sobre um determinado assunto, acabando o investigador por retomar alguns aspetos referidos pelo entrevistado para explorá-los mais profundamente (Bogdan & Biklen, 1994). Entre estes dois extremos existem as entrevistas semiestruturadas que foram usadas neste estudo. Este tipo de entrevistas permitem flexibilidade na ordem das questões e possibilitam a formulação de novas questões. Assim, neste estudo possibilitou-se aos sujeitos a oportunidade de abordar os tópicos do seu ponto de vista e desta forma moldar o questionamento (Bogdan & Biklen, 1994).

Estas entrevistas realizaram-se com os alunos caso e, sempre que possível decorreram no dia da implementação das tarefas ou, em alternativa, no dia seguinte durante a manhã, sendo realizadas em contexto de sala de aula, numa mesa que se encontrava à parte da turma, onde estes alunos reuniam com a investigadora.

Na preparação deste tipo de entrevistas é reconhecida a importância da estruturação de uma lista orientadora de perguntas, com a finalidade de clarificar aspetos específicos do que se pretende investigar e facilitar a sistematização e posterior análise de dados (Stake, 2009). Neste caso, na formulação das questões iniciais considerou-se: os objetivos do estudo, o que os alunos registaram na resolução das tarefas e as suas reações. Antes de se iniciar a entrevista, a investigadora explicou aos alunos a sua finalidade, procurando que se sentissem à vontade para se expressarem como achassem conveniente. Sendo alunos do 1º ano de escolaridade, a verbalização do seu raciocínio nem sempre era muito clara, por este motivo, a investigadora colocou questões adicionais, como “o que queres dizer com isso?”, “podes explicar melhor?”, tendo também necessidade de reformular questões para promover uma melhor compreensão

das mesmas. Os alunos foram confrontados com os seus registos para que assim pudessem melhor compreender e interpretar as suas respostas. A pedido de alguns alunos, foram realizadas entrevistas a outros elementos da turma que não os alunos caso, para que não se sentissem excluídos do processo.

A investigadora também entrevistou a professora titular (Anexo 5) tendo em vista a obtenção de informações acerca da turma e do contexto, mas também acerca do seu percurso profissional e das suas concepções acerca do ensino e aprendizagem da Matemática. Apesar de existir um guião previamente definido com questões orientadoras, estas foram formuladas com uma estrutura aberta, permitindo que a professora pudesse dar respostas em profundidade (Patton, 2002). Todas as entrevistas foram audio-gravadas para possibilitar a transcrição das mesmas e uma análise detalhada do contexto.

## **Documentos**

Segundo Bogdan e Biklen (1994) os documentos constituem uma fonte de recolha de dados relevante que complementa e confirma as evidências obtidas por outros métodos. Dizem respeito a todos os registos escritos e simbólicos, assim como todo o material e dados disponíveis, podendo incluir registos, publicações oficiais, transcrições, relatórios, notas, jornais, entre outros (Patton, 2002; Vale, 2004). Na verdade, os documentos englobam todos os materiais que permitem recordar e preservar o contexto, retratando as situações que o investigador não poderia observar diretamente (Patton, 2002; Stake, 2009). A análise de documentos é importante em quase todo o tipo de estudos, essencialmente porque são materiais produzidos habitualmente de forma independente dos objetivos da investigação (Merriam, 1988).

Neste estudo foram recolhidos registos de natureza biográfica e relativos ao percurso escolar dos alunos (e.g. habilitações e profissões dos pais, retenções, disciplinas preferidas, possíveis problemas escolares). Pretendia-se com isto caracterizar a turma na generalidade e os alunos-caso em particular. Para além disso, recolheram-se outros documentos como as planificações anuais e mensais, acedeu-se ao Projeto Curricular de Turma, às fichas de avaliação dos finais de período, aos relatórios efetuados pela professora titular e pelos professores das Atividades de Enriquecimento Curricular. Estes documentos facilitaram o planeamento do trabalho de campo. Foram também recolhidos documentos produzidos pelos alunos, nomeadamente, as folhas de registo referentes à resolução das tarefas que contribuíram para a compreensão das estratégias usadas pelos alunos mas também das dificuldades sentidas. Tendo por base as observações, foram redigidas pela investigadora notas de campo. Procurou-se

elaborar uma descrição fiel do contexto, focando reações dos alunos, comentários, questões, dificuldades e outros aspetos relevantes evidenciados nas sessões observadas. Além destes registos, foram organizadas notas pessoais resultantes de outras situações em que a investigadora contactou com a professora e os alunos. Estas notas foram posteriormente complementadas com os dados evidenciados pelas gravações áudio e vídeo.

### **Gravações áudio e vídeo e registos fotográficos**

A utilização destes recursos permite recordar e preservar o contexto (Patton, 2002), apesar de ser reconhecida a sua influência no comportamento dos participantes. Apesar disso, neste estudo, esses recursos foram usados tendo-se tomado algumas precauções no sentido de minimizar os seus efeitos no comportamento dos alunos. As aulas em que foram implementadas as tarefas foram gravadas em vídeo. Pretendia-se captar integralmente todos os aspetos que poderiam passar despercebidos à investigadora, uma vez que nem sempre era possível centrar-se nos alunos-caso, mas em toda a turma. Uma vez que a presença de um tripé e de uma máquina de filmar constituíam elementos estranhos ao contexto, que poderiam de alguma forma influenciar o comportamento dos alunos, a investigadora gravou algumas aulas que antecederam a realização do estudo, explicando aos alunos o objetivo desses dispositivos, o que facilitou a sua adaptação. Os alunos acabaram por aceitar aqueles elementos como normais na sala de aula. Através da visualização das gravações das sessões foi possível analisar as interações e comportamentos que emergiram nas sessões.

Para efetuar as entrevistas, a investigadora recorreu a um gravador áudio. Apesar de inicialmente os alunos terem sentido curiosidade relativamente ao artefacto, querendo ouvir a sua voz no mesmo, acabaram por se adaptar à sua presença. Desta forma, foi possível captar tudo o que era dito, permitindo, por outro lado, registar notas relativamente a reações e comportamentos não-verbais considerados pertinentes. Todas as transcrições emergentes das gravações foram efetuadas pela investigadora o que permitiu o contacto com os dados e posterior cruzamento de informação com as diferentes técnicas de recolha de dados.

Por outro lado, foram recolhidos registos fotográficos das resoluções apresentadas pelos alunos no quadro, aquando das discussões em grande grupo, o que permitiu evidenciar o modo como os alunos registaram os seus raciocínios.

## Síntese

Neste estudo, recorreu-se a diferentes técnicas de recolha de dados, entre elas, a observação, entrevistas, documentos, gravações áudio e vídeo e registos fotográficos, com vista a uma melhor compreensão do problema em estudo. Na tabela 1 apresenta-se uma descrição sumária de cada uma.

*Tabela 1*

*Síntese das técnicas de recolha de dados*

<b>Técnicas de recolha de dados</b>	<b>Descrição</b>
<b>Observação</b>	Recorreu-se à observação participante, sendo a investigadora o principal instrumento de recolha de dados. Foram elaboradas notas de campo, com base nas observações, realizadas por norma no dia em que as observações decorreram.
<b>Entrevistas</b>	Optou-se pela realização de entrevistas semiestruturadas, realizadas após a exploração das tarefas, com cada um dos alunos-caso, tendo em vista a clarificação de raciocínios. A professora titular também foi entrevistada em momentos fora do período letivo.
<b>Documentos</b>	Foram consultados documentos de cariz biográfico e outros documentos oficiais, que facilitaram o conhecimento e caracterização da turma. Procedeu-se à recolha dos registos referentes às resoluções das tarefas, tendo-se também organizado e analisado as notas de campo.
<b>Gravações áudio e vídeo e registos fotográficos</b>	As sessões em que foram implementadas as tarefas foram gravadas em vídeo e as entrevistas gravadas em áudio. Foram recolhidos registos fotográficos das resoluções dos alunos, aquando das discussões em grande grupo.

## Seleção das tarefas

No período letivo que antecedeu a implementação das tarefas, e que coincidiu com a redação da revisão de literatura, foram elaboradas e selecionadas as propostas a utilizar neste estudo. Foram maioritariamente escolhidas e adaptadas tarefas utilizadas em outras investigações e publicadas em documentos de apoio ao currículo. Apenas uma das tarefas foi formulada pela investigadora, *As cartas do País das Maravilhas*. As fontes de recolha foram: *Números e Operações- 1º ano* (Brocardo, Delgado & Mendes, 2010); *Sentido de número e*



*organização de dados - Textos de Apoio para Educadores de Infância* (Castro & Rodrigues, 2008b); *Padrões em Matemática - Uma proposta didática no âmbito do Novo Programa para o Ensino Básico* (Barbosa et al., 2011); *Olhar e contar* (ME-DGIDC, 2010); *Uma proposta didática envolvendo padrões-1º e 2º ciclos do ensino básico* (Vale et al., 2011); *Matemática nos primeiros anos - Tarefas e desafios para a sala de aula* (Vale et al., 2010). Na escolha das tarefas teve-se em atenção o problema do estudo, as questões de investigação, as orientações evidenciadas no Programa de Matemática do Ensino Básico (ME-DGIDC, 2007), assim como as planificações anuais e mensais da professora titular da turma. De facto, aquando da preparação destas propostas, procurou-se que se enquadrassem nas finalidades do estudo mas que não interferissem no normal trabalho da turma. Houve ainda preocupação em integrar materiais que apelassem à visualização, com enfoque em aspetos associados ao desenvolvimento do sentido de número.

Antes de serem realizadas na turma, o conjunto de tarefas escolhidas foi alvo de análise crítica por parte de um painel de professores e investigadores do ensino superior da área da Didática da Matemática. Este painel era constituído por duas investigadoras e 4 professoras do 1º ciclo ensino básico, que se encontravam a lecionar o 1º ou 2º anos de escolaridade. Este painel de professores analisou aspetos como: a adequação da linguagem aos alunos; a ordem de implementação das tarefas; a pertinência do conteúdo, tendo em conta os objetivos propostos e a faixa etária; a adequação dos materiais; e a gestão do tempo. Com base nesta análise procedeu-se a ajustes nas propostas iniciais integrando as sugestões apresentadas pelo painel. A professora titular teve também um papel importante na análise das tarefas em questão, na decisão sobre a ordem de implementação e na gestão de sala de aula. Relativamente a este último aspeto, ficou acordado que as tarefas seriam implementadas à quarta-feira, ao longo do 2º e 3º períodos letivos, tendo-se privilegiado o período da manhã. Considerando os objetivos do estudo e, tratando-se de uma turma mista (1º e 2º anos), considerou-se que os alunos do 2º ano não participariam na resolução destas tarefas. Desta forma, estes alunos, apesar de estarem na sala de aula, realizaram atividades propostas pela professora titular, que assegurou a gestão deste trabalho.

Todas as tarefas evidenciaram contextos visuais e pressupunham a exploração de estratégias de contagem. Assim, numa sequência gradativa de familiaridade com o contexto apresentado, a primeira tarefa remetia para as mãos (*As unhas da Sara*), uma vez que estas constituem um modelo muito utilizado pelas crianças para efetuar contagens. Posteriormente, optou-se pela exploração de materiais como a moldura do 10 (*Quantos viste?*; *A Rua dos Números Perdidos*). A visualização está também associada a jogos, como as cartas tradicionais, daí a

proposta *As cartas do País das Maravilhas* remeter para esse contexto. Também foram introduzidas disposições padronizadas e não padronizadas na tarefa *Cartas com pintas*. Outro jogo que constitui um contexto favorável à visualização é o dominó, mobilizado neste estudo com *Calcula com a Calculini*. Na fase final da sequência, apostou-se em tarefas que remetiam para a contagem em contextos figurativos. Na tabela *Calendarização das tarefas* (Anexo 9) é possível analisar, de um modo sequencial, a data de implementação e os objetivos envolvidos em cada tarefa.

### **Calendarização do estudo e procedimentos**

Este trabalho decorreu entre setembro de 2011 e maio de 2013. Para levar a cabo este estudo considerou-se pertinente elaborar um plano que permitisse estruturar as diferentes fases que foram desenvolvidas. É possível diferenciar as 3 fases fundamentais do estudo na tabela *Calendarização do estudo* (Anexo 8).

A primeira fase decorreu entre setembro e dezembro de 2011 e teve como finalidade preparar o estudo e aceder ao contexto. Assim, nesta fase, foi necessário definir os objetivos fundamentais deste trabalho. Sabendo o que se pretendia investigar, começou-se por recolher informação acerca do problema em estudo para, por um lado, redigir a revisão de literatura mas também para ter um conhecimento mais amplo sobre o sentido de número, situação que se estendeu ao longo de todas as fases. Uma vez que a investigadora não tinha turma, foi essencial procurar um professor com alunos do 1º ano de escolaridade, que mostrasse recetividade e valorizasse este tipo de experiência. Neste sentido, a investigadora contactou uma professora de uma escola básica, do concelho de Viana do Castelo, que se encontrava a lecionar uma turma com alunos do 1º e 2º anos de escolaridade. Seguiu-se então a formalização do acesso ao contexto através do pedido de autorização ao Agrupamento de Escolas e aos órgãos de gestão da Escola visada (Anexo 1). Após o acesso ao campo, em setembro de 2011, a investigadora também fez um pedido de autorização à Coordenadora da Escola (Anexo 2) apresentou-se à turma, explicando o seu papel. Foi também solicitada a autorização da participação dos alunos aos encarregados de educação (Anexo 3). Salienta-se que a investigadora já havia lecionado na escola em questão Atividades de Enriquecimento Curricular. Para além disso, tinha frequentado as festividades dessa mesma escola na qual participaram crianças do Jardim-de-infância, e que agora, pertenciam à turma participante. Assim, considerou-se que a presença da investigadora iria ser vista de uma forma natural, tendo em vista o estabelecimento de um relacionamento de proximidade com os alunos, a investigadora teve a oportunidade de apoiá-los nas suas tarefas, desde o primeiro

período. Procedeu-se também à recolha de informação para caracterizar os participantes, como registos referentes ao percurso escolar dos alunos e da própria escola. Em paralelo a investigadora elaborou e selecionou as tarefas que iriam ser implementadas e que foram alvo de análise crítica por parte de um painel de especialistas.

A segunda fase decorreu entre janeiro e maio de 2012 e tinha como principal objetivo a recolha e análise dos dados. Durante este período, a investigadora procedeu à implementação das tarefas. Após a implementação da primeira tarefa, tendo em atenção os critérios definidos *à priori*, a opinião da professora titular e os registos dos alunos, foram escolhidos os alunos-caso. As sessões em que foram implementadas as tarefas foram vídeo gravadas para posterior análise. Por outro lado, foram realizadas entrevistas com os alunos-caso, no final de cada tarefa, tendo em vista o esclarecimento de aspetos pertinentes para o estudo, entrevistas essas que foram áudio-gravadas. A par da implementação das tarefas iniciou-se a análise dos dados

A terceira e última fase que decorreu entre maio de 2012 e maio de 2013, centrou-se na redação da dissertação. Neste sentido, continuou-se e concluiu-se a análise dos dados, e procedeu-se à escrita da dissertação, tendo-se complementado e atualizado a revisão de literatura.

## **Análise de dados**

Quando se realiza uma investigação qualitativa é necessário recorrer a uma diversidade de técnicas de recolha de dados, o que origina um grande volume de informação, rica em detalhes, acerca de um grupo de pessoas ou casos (Patton, 2002). Os dados recolhidos dizem respeito a materiais em bruto recolhidos em contexto e que constituem a base da análise (Bogdan & Biklen, 1994). De acordo com estes autores a análise de dados qualitativa:

é o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. (p. 205)

Segundo Vale (2004), este processo implica a organização e a estruturação de uma grande quantidade de dados, à qual é necessário dar sentido, e que se inicia a partir do momento em que o investigador vai para o contexto. Numa investigação de natureza qualitativa privilegia-se a análise indutiva, que se traduz na procura de padrões ou categorias que emergem das observações, entrevistas ou análise de documentos, permitindo a atribuição de significado aos acontecimentos (Stake, 2009). O processo de análise de dados inicia-se paralelamente à sua recolha. Trata-se por isso de um processo cíclico e interativo que prevalece ao longo de todo o

estudo. Huberman e Miles (1994) propõem, para a análise qualitativa, um modelo de análise interativa que contempla três fases: *redução dos dados*; *apresentação dos dados*; *conclusões e verificação*. A *redução dos dados* é um processo contínuo que ocorre ao longo de todo o trabalho. Corresponde à seleção, abstração e transformação dos dados para que seja possível tirar conclusões. Pode ser feita através da seleção da informação, síntese de parágrafos, frases ou números, ou da integração em classes. Após a organização e condensação da informação, é necessário *apresentar os dados* de uma forma simples e compreensível para que seja mais fácil interpretar os fenómenos. Para isso, recorre-se a representações como tabelas, imagens, gráficos. Por fim, ocorre a formulação das *conclusões e a sua verificação*. Desde o início da recolha de dados, há a preocupação por parte do investigador em detetar padrões, regularidades, para assim obter explicações e conseguir dar significado à informação obtida. As conclusões são apenas elaboradas após a recolha de dados. A verificação implica a revisão dos dados, oriundos de diferentes fontes, e o seu cruzamento com a revisão de literatura para fundamentar as conclusões. Esta verificação deve refletir a validade do estudo.

Nesta investigação foram utilizadas diversas técnicas de recolha de dados, como as entrevistas, a observação e a recolha de documentos, o que conduziu a uma grande quantidade de dados descritivos e o acesso a uma diversidade de evidências. Ao longo de todo o processo foi necessário dividir a informação por pastas, correspondendo cada uma a um dos alunos da turma, onde constavam todos os documentos recolhidos como: os registos das tarefas, as notas de campo ou as transcrições das entrevistas. Relativamente a estas últimas, eram formuladas tendo em atenção os objetivos das tarefas, os registos apresentados pelos alunos, o que ocorreu na discussão em grande grupo e os aspetos que se pretendiam clarificar. Foram igualmente arquivados em formato digital, os registos fotográficos correspondentes a cada uma das tarefas e as gravações das sessões. As entrevistas foram transcritas e foram visualizadas as gravações das sessões nos dias procedentes à implementação de cada tarefa. Com as transcrições pretendia-se obter uma descrição minuciosa dos acontecimentos, tentando-se preservar o modo como os mesmos aconteceram, evidenciando assim os processos usados pelos alunos. Com a visualização das gravações foi possível analisar as interações dos alunos, de um modo mais detalhado, e formular notas dessas mesmas observações.

Tendo em atenção a grande quantidade de dados recolhidos, foi necessário proceder à redução dos mesmos através da procura de padrões. Essas regularidades, que se evidenciaram ao longo do estudo, permitiram elaborar uma tabela com categorias de análise (Anexo 7) na qual se registou um conjunto de estratégias de contagem. Ocorreu assim uma análise indutiva pois as

categorias emergiram dos dados recolhidos bem como da literatura revista, havendo um refinamento. Neste sentido, a tabela com as categorias de análise esteve sempre sujeita a reformulações. Procurou-se que essas categorias respeitassem as recomendações apresentadas por Lincoln e Guba (1985, citados por Vale, 2004):

1. devem refletir o propósito da investigação;
2. devem ser exaustivas, isto é, todos os itens dos documentos devem ser complementados nas categorias;
3. devem ser mutuamente exclusivas, isto é, uma unidade não deve ser colocada em mais do que uma categoria;
4. devem ser independentes, de modo a que a distribuição de qualquer um dos dados pelas categorias não afete a classificação de outros dados;
5. todas as categorias devem resultar de um princípio simples de classificação. (p. 14)

Para além disso, foi necessário fazer sínteses, selecionar alguns excertos de entrevistas considerados pertinentes, assim como outros aspetos associados às notas de campo e às observações efetuadas. Com a organização e condensação dos dados, redigiu-se para cada uma das tarefas uma análise mais geral referente à implementação de cada uma na turma e uma análise mais detalhada para cada um dos alunos-caso.

Os dados foram posteriormente apresentados de uma forma mais simples, permitindo que os dados fossem interpretados de um modo rápido e claro. Foram apresentadas evidências do que aconteceu no contexto: os registos dos alunos, fotos das resoluções em contexto de sala de aula, tabelas para sintetizar informação, transcrições.

Por fim, procedeu-se à formulação das conclusões e à sua verificação. Para efetuar a verificação dos dados foi necessário fazer uma nova consulta dos mesmos e fazer incursões à revisão de literatura para fundamentar os dados recolhidos. Com vista a esta fundamentação foi necessário efetuar ajustes à revisão de literatura para assim haver coerência entre a parte teórica e a parte prática (recolha de dados). As conclusões só foram redigidas após a recolha dos dados, a leitura integral das tarefas, a análise individual de cada uma, tanto para a turma como para os alunos caso. Com esta leitura foi possível elencar as estratégias emergentes o que permitiu reformular a tabela de análise de dados. Por outro lado, foi possível verificar as diferenças e dificuldades sentidas pelos alunos. Desta forma foi possível responder às questões de investigação.

Tendo em atenção os significados emergentes da recolha de dados foram aplicados alguns critérios para atestar a validade da investigação, ou seja, “demonstrar o seu verdadeiro valor, proporcionar as bases para aplicá-la e permitir que possam ser feitos julgamentos externos sobre a consistência dos seus procedimentos e a neutralidade dos seus resultados ou decisões” (Vale, 2004, p. 188). Segundo Ponte (1994) é importante definir critérios que assegurem a validade do estudo. Neste sentido, diversos critérios são apontados por alguns autores: credibilidade,

transferibilidade, fidedignidade e confirmabilidade (Huberman & Miles, 1994). Para assegurar estes critérios existem técnicas que podem ser utilizadas.

A credibilidade relaciona-se com o grau de veracidade dos dados ou seja, se os resultados fazem sentido para as pessoas que estudamos e para outros leitores. Para assegurar a credibilidade houve envolvimento prolongado. A investigadora passou mais tempo do que o necessário com os participantes do estudo para ganhar a sua confiança e poder minimizar os efeitos da sua presença junto dos mesmos. Por outro lado, permitiu que se efetuassem observações para compreender e interpretar os acontecimentos que decorriam no contexto. A credibilidade deste estudo também foi assegurada pelo envolvimento dos participantes na confirmação dos dados e através da revisão pelos pares, tendo a investigadora confrontado a professora titular com as estratégias e comportamentos dos alunos. Por fim, houve triangulação de fontes diferenciadas (Stake, 2009) que assenta na ideia que um único método não é adequado para resolver um problema pois “cada método revela diferentes aspetos da realidade empírica” (Patton, 2002, p. 555).

Para garantir a fidedignidade do estudo, ou seja, para saber se o estudo é confiável, explicitou-se qual o papel da investigadora no estudo e no contexto. Por outro lado recorreu-se a uma série de fontes de recolha de dados tendo sido detalhado na análise evidências dessas diferentes fontes (e.g. transcrições de entrevistas).

No que diz respeito à extensão das conclusões a outras situações, ou seja, transferibilidade (Vale, 2004), é reconhecido que o estudo de caso não tem por objetivo obter uma generalização mas sim compreender a especificidade de um dado fenómeno e produzir conhecimento acerca de aspetos particulares (Ponte, 1994). Assim, efetuou-se uma descrição pormenorizada do contexto em que decorreu o estudo, das situações que daí emergiram e dos participantes, para que se compreendesse as razões pelas quais se obtiveram tais resultados. Procurou-se também maximizar a descoberta de padrões heterogéneos evidenciados na descrição detalhada dos processos emergentes da amostra estudada que, apesar de pequena, foi escolhida intencionalmente.



## **CAPÍTULO IV – A TURMA**

Neste capítulo apresentam-se alguns aspetos relacionados com a turma onde foi desenvolvido o estudo. Começa-se por uma caracterização geral da turma, para que se compreenda o contexto em que o estudo decorreu, e posteriormente são descritas as fases mais relevantes das sessões em que foram implementadas as tarefas.

### **Caracterização da turma**

O presente estudo foi desenvolvido durante o ano letivo 2011/2012. Os alunos que nele participaram pertenciam a uma turma mista do 1º e 2º anos de escolaridade, de uma escola básica do 1º ciclo, de uma freguesia pertencente ao distrito de Viana do Castelo. A população desta freguesia apresentava um nível socioeconómico médio-baixo.

Os encarregados de educação tinham idades compreendidas entre os 30 e os 39 anos e, a maioria, completou o 6º ano de escolaridade. Profissionalmente havia muitos casos em que apenas um dos progenitores estava empregado, sendo a área profissional predominante a construção civil e no caso das mães a indústria.

A turma era constituída por 15 alunos, estando 8 matriculados no 1º ano (6 rapazes e 2 raparigas) e 7 matriculados no 2º ano (4 rapazes e 3 raparigas), com idades compreendidas entre os 6 e os 7 anos. Apenas um dos alunos não frequentou o Pré-escolar. Os restantes frequentaram o jardim-de-infância da freguesia e todos se conheciam quando ingressaram no ensino obrigatório. Destaca-se que só um aluno ficou retido no 2º ano, sendo pela primeira vez aluno da professora desta turma. Seis dos alunos estavam ao abrigo do Despacho Normativo 50/2005. No 1º ano, 3 alunos foram sinalizados com Necessidades Educativas Especiais (NEE), sendo assim acompanhados por um professor do Ensino Especial e dois deles por uma psicóloga e um terapeuta da fala, situação que também se verificava com 3 alunos do 2º ano. Dois destes alunos do 2º ano estavam a cumprir um Plano de Recuperação devido aos seus problemas de aprendizagem.

O facto de esta turma integrar dois níveis de ensino implicava algumas dificuldades de gestão em sala de aula, uma vez que, para além de ser heterogénea, os alunos do 1º ano apresentavam algumas dificuldades em cumprir as regras e em concentrar-se nas atividades propostas. Por este motivo, ao longo do ano letivo, a professora foi alterando a disposição da sala para conseguir um melhor controlo da turma e evitar distrações. A nível de relacionamento interpessoal, alguns alunos ainda eram muito centrados em si, levando por vezes a alguns



confrontos verbais. Por outro lado, havia ainda alguma dificuldade na integração e acompanhamento dos alunos com NEE, tendo em conta os problemas cognitivos e comportamentais evidenciados. Apesar dos constrangimentos, o comportamento dos alunos foi-se alterando ao longo do ano, deixando de estar tão agitados e passando a ser mais respeitadores das regras de sala de aula. Os alunos do 2º ano não eram tão irrequietos, estando já adaptados ao contexto, efetuando as tarefas propostas com tranquilidade. Os alunos que apresentavam mais dificuldades de aprendizagem eram interpelados mais vezes por se distraírem com maior facilidade.

Globalmente a maioria dos alunos aderiu com entusiasmo às tarefas propostas e apresentava um desempenho satisfatório a nível académico. Gostavam da escola e, apesar de gostarem da disciplina de Matemática, em geral não era a sua disciplina preferida.

## **A exploração das tarefas**

Nesta secção descreve-se o trabalho desenvolvido pela turma ao longo da implementação das tarefas. Será feita uma análise da exploração efetuada pela turma, apresentando algumas das estratégias usadas em cada tarefa, bem como dificuldades sentidas pelos alunos.

### **Tarefa 1: As unhas da Sara**

A tarefa *As unhas da Sara* (Anexo 12) foi implementada no dia 18 de janeiro de 2012, durante a parte da manhã. Esta sessão foi orientada pela investigadora que começou por informar os alunos que recebeu uma carta da Sara, uma amiga sua, que trazia um desafio dirigido a eles. A investigadora leu a carta (Anexo 11). Após a leitura, foi afixada no quadro uma imagem (Figura 1) para que todos descobrissem quantas unhas estavam pintadas e quantas faltavam pintar. Referiu-se ainda que teriam de explicar como é que tinham pensado.



*Figura 1.* Imagem apresentada na fase exploratória da tarefa 1

Quase de imediato vários alunos levantaram o braço e, à medida que foram participando, as suas respostas foram sendo registadas no quadro. Identificaram imediatamente que estavam 2 unhas pintadas, visualizando-as instantaneamente (*subitizing* percetual). Um dos alunos justificou que via “o pequeno e um grande no meio”, referindo-se aos dedos. Apesar de todos terem

identificado a quantidade solicitada, a fundamentação nem sempre foi reveladora, tendo alguns alunos evidenciado dificuldades na justificação de raciocínios emergentes do *subitizing* perceptual. Relativamente ao número de unhas por pintar, destacaram-se casos de *subitizing* perceptual e conceptual. Um exemplo do *subitizing* conceptual está bem patente no seguinte diálogo:

Investigadora: Quantas unhas estão por pintar?

Alunos A. e C. : São 8! (o aluno A. levantou 3 dedos numa mão e 5 noutra)

Investigadora: Já sabemos que são 8. Agora quero saber como é que vocês pensaram para chegar ao número 8.

Aluno A. : Porque 3 mais 5 é 8 (o aluno levantou novamente as duas mãos). Só tem 3 numa e mais 5 noutra.

Por outro lado, houve ainda alunos que recorreram a factos específicos descontextualizados, como a decomposição de um número na adição de parcelas iguais, neste caso  $4+4$ , situação que, apesar de representar 8, nada tinha a ver com o contexto apresentado.

Depois desta exploração inicial, fizeram o mesmo para as restantes fotografias enviadas pela Sara, trabalho que foi desenvolvido individualmente. A folha de registo (Anexo 12) foi distribuída, sendo explicado aos alunos o que deveriam escrever em cada coluna. Os alunos rapidamente realizaram a tarefa proposta, no entanto evidenciaram muitas dificuldades na fundamentação, uma vez que não estavam familiarizados com este tipo de solicitação. Aquando da discussão em grande grupo, as imagens foram afixadas faseadamente no quadro (Anexo 10), sendo também registadas as estratégias apresentadas pelos alunos. Foi possível constatar que todos conseguiram chegar aos resultados, embora alguns alunos se limitassem a apresentar a solução sem mostrar como pensaram, pelo que a discussão permitiu essa clarificação.

Para a primeira imagem (Figura 2) os alunos identificaram imediatamente o número de unhas que estavam pintadas e o número de unhas que faltavam pintar, recorrendo ao *subitizing* perceptual, já que associaram o 5 ao número de dedos de uma mão.

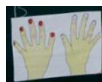


Figura 2. Primeira imagem visualizada na tarefa 1

Na imagem seguinte (Figura 3) os alunos também não evidenciaram dificuldades na identificação do número de unhas pintadas e do número de unhas por pintar. Na fundamentação um dos alunos referiu que tinha “7 vermelhas porque numa mão tem duas e noutra tem 5 vermelhas e na outra mão tem 3 brancas”. Neste caso surgiu o *subitizing* conceptual.



Figura 3. Segunda imagem visualizada na tarefa 1

Contudo, alguns alunos recorreram a factos específicos para fundamentar os resultados e pensaram em formas de decompor o 7 (e.g.  $6+1$ ) e o 3 (e.g.  $2+1$ ). Nestes casos foi perceptível que os alunos tentaram usar conhecimentos prévios, com base em relações parte-parte-todo que não tinham qualquer associação à imagem apresentada. Este tipo de explicação processou-se num contexto puramente numérico, prevalecendo a manipulação de números sem significado.

Nas restantes imagens da tarefa surgiram estratégias similares (Figura 4). A maioria dos alunos efetuou decomposições para explicar os resultados obtidos que não remetiam para as imagens apresentadas, apoiando-se em factos específicos ou recorrendo aos dedos para modelar as diferentes parcelas do cálculo.



Figura 4. Restantes imagens (3, 4 e 5) visualizadas na tarefa 1

Face ao contexto visual apresentado, verificou-se que os alunos conseguiram, de uma forma rápida e intuitiva, descobrir sem dificuldades o número de unhas pintadas e por pintar. A visualização sob a forma de *subitizing*, perceptual e conceptual, esteve sempre presente. Foram no entanto identificadas dificuldades na expressão dos raciocínios e na sua justificação, evidenciadas por exemplo na necessidade dos alunos se apoiarem em factos específicos, para encontrarem diferentes formas de decompor os números em questão, completamente desligadas do contexto visual apresentado.

## Tarefa 2: Quantos viste?

Devido à sua extensão a tarefa *Quantos viste?* foi implementada em duas fases. A primeira parte foi proposta no dia 25 de janeiro de 2012, tendo-se dado continuidade à tarefa no dia seguinte.

A investigadora iniciou a sessão começando por questionar os alunos sobre o material apresentado, a moldura do 10. Antes de possibilitar a manipulação do material pretendia-se que os alunos o descrevessem de modo a realçar algumas das suas propriedades. Referiram que se tratava de um retângulo, tendo também identificado os quadrados do seu interior. A investigadora informou então que cada quadrado servia para colocar um círculo e aproveitou o momento para perguntar quantos círculos seriam necessários para preencher a moldura. Os alunos levantaram o dedo e um deles respondeu “10”. Depois de discutidas estas características, foram dispostos 4 círculos na moldura, com a pretensão de saber quantos faltavam para a completar e alguns alunos responderam 6. Para explicar aos colegas, um dos alunos disse “ela

colocou 4 círculos e deixou 6". A contagem prosseguiu parando no número 9 e, neste caso, os alunos identificaram que faltava um círculo para completar a moldura. Depois de ter sido colocado o último círculo, os alunos responderam "10". A folha de registo (Anexo 13) foi distribuída de seguida e a investigadora explicou a tarefa que iriam realizar:

Investigadora: Eu vou pegar na moldura e vou colocar alguns círculos. Depois vou mostrar a moldura, vocês vão olhar e eu vou contar até 5 e vou esconder a moldura. Na folha vão desenhar as bolinhas que viram, nos locais corretos, e por baixo escrevem o número de círculos que desenharam. Depois vão registar as diferentes formas de contar o número de círculos que desenharam.

Foram apresentadas gradualmente 6 molduras (Figura 5) que foram sendo exploradas de forma individual com o grande grupo.

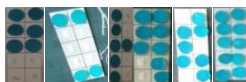


Figura 5. Sequência das molduras visualizadas na primeira parte da tarefa 2

Refletindo sobre as estratégias de contagem utilizadas verificou-se que emergiu o *subitizing* percetual por parte de todos os alunos para a 1ª, 2ª e 6ª molduras. Um aluno mostrou conjugar duas estratégias de contagem face à representação da 3ª moldura. Por um lado, efetuou a contagem um a um do conjunto com 4 círculos que formavam um "L" e depois efetuou *subitizing* percetual para o conjunto com dois círculos.

O *subitizing* conceptual ocorreu em todas as disposições, no entanto nas três últimas molduras apenas alguns alunos o evidenciaram. A título de exemplo um aluno disse "pusemos 3 e 3 e já sabíamos que era 6", quando se deparou com a 1ª moldura. A mesma disposição levou a que uma das alunas recorresse à modelação através dos dedos para representar e verificar a decomposição 2+2+2. Apesar da emergência desta estratégia, alguns alunos verbalizaram e registaram a expressão que evidenciava a contagem um a um o que gerou incoerências entre registo/estratégia.

A contagem um a um evidenciou-se na 4ª e 5ª molduras, tendo uma das alunas referido "1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Professora, vi 8". Por outro lado, a procura de estabelecer relações numéricas parte-parte-todo sem ter em atenção a disposição apresentada foi mais evidente nas 4ª, 5ª e 6ª disposições (e.g. 9+1). Tal estratégia foi apoiada, por vezes, pela modelação com os dedos. Esta dependência do contexto numérico também se traduziu na alusão ao zero como elemento neutro da adição, que constitui um facto conhecido dos alunos e que foi referenciado em todas as molduras.

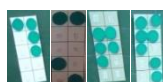
De um modo geral, a maioria dos alunos conseguiram cumprir os objetivos desta primeira parte da tarefa, reproduzindo a disposição espacial apresentada e a quantidade associada.

Na segunda parte da tarefa os alunos tiveram oportunidade de manipular a moldura do 10 individualmente, tendo sido solicitado que representassem o número 3. Esta proposta foi concretizada rapidamente, tendo-se observado diferentes disposições.

Depois desta exploração em grande grupo, foi distribuída a folha de registo (Anexo 14) aos alunos e a investigadora explicou a atividade que iriam realizar:

Investigadora: Eu vou mostrar a moldura, vou contar até 5, vou escondê-la e vocês vão desenhar o que viram, escrever o número de círculos e depois vão explicar como contaram. Podem fazer contas, esquemas ou desenhos para explicar. Na moldura ao lado vão colocar mais dois círculos que na moldura anterior. Depois vão explicar como contaram. Podem fazer contas, esquemas ou desenhos para explicar.

Foram visualizadas 4 molduras de uma forma gradual, sendo exploradas individualmente com o grande grupo. Intercalada com esta visualização (Figura 6), os alunos tiveram de realizar uma disposição que representasse mais dois círculos do que a disposição anterior.



*Figura 6.* Sequência das molduras visualizadas na segunda parte da tarefa 2

Constatou-se que todos os alunos foram capazes de representar a quantidade e respeitar a disposição. A nível de estratégias, o *subitizing* percetual emergiu nas 3 primeiras molduras, sendo apenas de destacar uma aluna que na primeira moldura recorreu à contagem um a um.

O *subitizing* conceptual surgiu em todas as molduras tendo um aluno dito “eu vi que eram 4 e depois fiz uma conta  $2+2$ ”. É de salientar que um dos alunos referiu o  $4+3$ , identificando os conjuntos na moldura, contudo para justificar o seu raciocínio disse “3, 4, 5, 6, 7”, recorrendo assim à contagem *a partir de*. Outra aluna, apesar de ter feito alusão ao  $5+2$ , através da visualização, efetuou a contagem da totalidade dos elementos para validar o seu raciocínio.

Em todas as disposições, apesar de alguns alunos terem evidenciado o *subitizing*, procuraram apoiar-se no contexto numérico estabelecendo relações parte-parte-todo, recorrendo por vezes aos dedos.

No que concerne à representação da disposição que correspondia ao estabelecimento de uma relação do tipo *mais dois do que*, todos os alunos conseguiram encontrar as quantidades corretas (6, 7 e 9) e diferentes representações para essas quantidades. As estratégias acima referidas evidenciaram-se também nesta fase da tarefa, tendo-se destacado o estabelecimento de relações parte-parte-todo para o último caso. O recurso a esta estratégia refletiu-se no registo, por parte de alguns alunos, de uma série de expressões numéricas que remetiam para a quantidade representada mas não estavam associados à disposição apresentada. Houve, por outro lado, a utilização do zero como elemento neutro da adição, um facto específico memorizado que validava de alguma forma o raciocínio.

### Tarefa 3: A Rua dos Números Perdidos

A tarefa *A Rua dos Números Perdidos* foi implementada no dia 1 de fevereiro de 2012. A investigadora começou por mostrar um saco com discos numerados de 1 a 10. O grupo procedeu à contagem do material para verificar o número de círculos disponíveis no saco, recorrendo à contagem um a um.

Em seguida, a investigadora distribuiu a folha de registo (Anexo 15) e informou os alunos que iriam fazer um jogo. Procedeu-se à distribuição das molduras do 10 e à explicação da tarefa:

Investigadora: Como vamos ajudar o João a numerar os prédios? Como vocês viram, aqui dentro tenho 10 discos e cada disco tem um número de 1 a 10. Vou chamar aqui um menino ou menina que vai tirar um disco e dizer o número que saiu. Quando souberem o número que saiu, vão colocar na moldura o mesmo número de círculos. Vão tentar arrumá-los de formas diferentes na moldura. Depois devem colocar aí no espaço a forma como pensaram.

Uma vez que os alunos compreenderam o que se pretendia, a investigadora chamou o aluno S. para retirar um disco do saco, tendo saído o número 5. Para este caso surgiram diferentes propostas. A maioria dos alunos referiu a expressão numérica  $3+2$ , que emergiu não só de disposições padronizadas (Figura 7), nas quais se visualizavam os dois conjuntos, como associada a outras mais aleatórias, onde estes conjuntos não eram facilmente identificados (Figura 7).

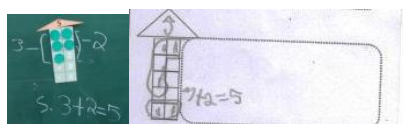


Figura 7. Registos dos alunos S. e A. na resolução da tarefa 3 (número 5)

Partindo da disposição padronizada apresentada pelo aluno S. (Figura 7) emergiu igualmente a expressão  $4+1$ , sendo possível associar o contexto numérico à representação na moldura. Alguns alunos registaram também a expressão numérica  $2+2+1$ . Dois alunos fizeram ainda alusão à expressão  $2+1+2$ , apoiados noutro arranjo do número 5 (Figura 8).

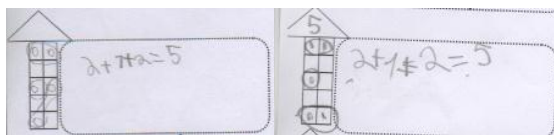
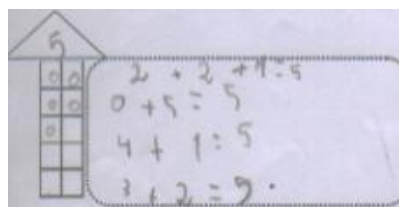


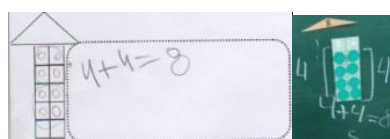
Figura 8. Registos dos alunos M. e A. na resolução da tarefa 3 (número 5)

Destaca-se o caso de um aluno que, com base numa determinada representação do número 5, formulou diferentes expressões numéricas que, para além de remeterem para a quantidade em causa, refletiam o contexto visual (Figura 9).



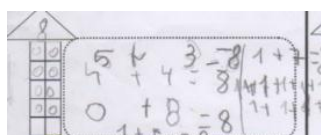
*Figura 9.* Registo do aluno L. na resolução da tarefa 3 (número 5)

O número seguinte a ser representado na moldura foi o 8. A maioria dos alunos optou por disposições padronizadas, associando-as à expressão  $4+4$  (Figura 10). Em ambos os casos foram identificados dois conjuntos de 4 círculos, vistos de modo diferente, que conduziram à formulação da mesma expressão.



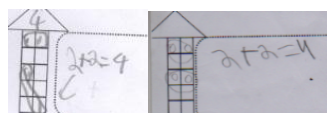
*Figura 10.* Registos dos alunos M. e S. na resolução da tarefa 3 (número 8)

Alguns alunos identificaram conjuntos de 2 círculos, o que se traduziu na expressão numérica  $2+2+2+2$ . Tendo por base esta disposição dos círculos, um dos alunos apresentou várias expressões numéricas (Figura 11). Salienta-se que duas dessas expressões,  $5+3$  e  $1+7$ , não evidenciam uma relação direta com a representação na moldura, o que pode indiciar a utilização de factos específicos descontextualizados.



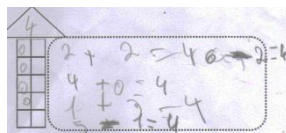
*Figura 11.* Registo do aluno L. na resolução da tarefa 3 (número 8)

O número seguinte foi o 4. Todos os alunos fizeram referência à expressão  $2+2$  (Figura 12), tendo sido associada a disposições padronizadas e também mais aleatórias (Figura 12). O mesmo aconteceu com um dos alunos no que refere à expressão  $3+1$  que associou a uma disposição quadrangular.



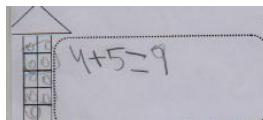
*Figura 12.* Registos dos alunos A. e M. na resolução da tarefa 3 (número 4)

Um dos alunos apresentou expressões numéricas que nada tinham a ver com a disposição que representou, evidenciando assim formas de decompor o 4 com base em factos específicos (Figura 13).



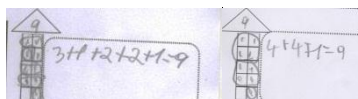
*Figura 13.* Registo do aluno L. na resolução da tarefa 3 (número 4)

O número selecionado em seguida foi o 9, tendo os alunos optado por disposições padronizadas o que se justifica pela estrutura da moldura. Dois alunos formularam a expressão  $4+5$  (Figura 14), tendo rodeado os conjuntos dispostos na horizontal.



*Figura 14.* Registo da aluna M. na resolução da tarefa 3 (número 9)

A observação de conjuntos de 2, dispostos na horizontal, levou a que o aluno A. referisse “2 mais 2, 4, mais 2, 6, mais 2 é 8, mais 1 é 9”, verbalizando a contagem por saltos de 2 em 2. O mesmo aluno reconheceu outros subconjuntos, situação que emergiu do contexto uma vez que primeiro marcou os conjuntos e só depois registou a expressão numérica (Figura 15).



*Figura 15.* Registos do aluno A. na resolução da tarefa 3 (número 9)

De uma forma geral nesta tarefa, apesar de não se ter evidenciado de uma forma muito frequente, foi utilizado o conhecimento do zero como elemento neutro. Em alguns casos foi possível estabelecer um paralelismo com a representação na moldura, já noutros essa relação não era evidente, indiciando um trabalho puramente numérico. A contagem um a um foi uma estratégia pouco utilizada, evidenciando-se apenas alguns registos que remetiam para essa estratégia (8, 4 e 9). Relativamente à representação das quantidades propostas na moldura, todos os alunos o fizeram com facilidade, sendo que a maioria efetuou apenas uma representação, sendo as disposições padronizadas as mais frequentes. Contudo, os alunos apesar de terem apresentado apenas uma representação, formularam, na sua maioria, diversas expressões numéricas.

#### **Tarefa 4: As cartas do País das Maravilhas**

A tarefa *As cartas do País das Maravilhas* foi implementada em dois dias consecutivos, sendo a primeira parte proposta a 8 de fevereiro de 2012. A aula iniciou-se com a leitura da história *A Alice no País das Cartas* (Anexo 16). Posteriormente, a investigadora colocou algumas



questões aos alunos acerca do que tinham acabado de ouvir. No final deste diálogo, apresentou as cartas para que pudessem proceder à sua exploração:

Investigadora: O que é que o baralho de cartas tem?

Aluna M.: Tem letras.

Aluna C.: Letras e números.

Aluno A.: E tem homens e mulheres.

Investigadora: E tem letras como disse a M. muito bem. Que letras é que tem?

Aluno L.: O A!

Investigadora: E os números? Vocês disseram que havia números....

Aluna C.: O 1, o 2, o 3, o 4, o 5, 6, 7, 8, 9, 10.

A investigadora distribuiu então a folha de registo pelos alunos (Anexo 17), dizendo que iriam fazer o jogo proposto pela Alice. As cartas foram apresentadas de modo aleatório (Figura 16).

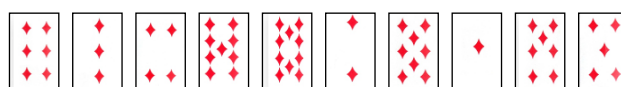


Figura 16. Sequência das cartas visualizadas na tarefa 4

Refletindo sobre o modo como os alunos identificaram o número de símbolos de cada carta, conclui-se que reconheceram imediatamente as quantidades representadas (*subitizing* percetual) nas cartas representativas dos números de 1 a 6. No entanto, alguns alunos registaram a expressão numérica que remetia para a contagem um a um nas cartas representativas dos números 2, 3, 4 e 6. Esta opção constituiu uma forma de validar os seus raciocínios. Esta estratégia de contagem evidenciou-se igualmente nas cartas com os números 7, 8 e 9. O *subitizing* conceptual ocorreu nas cartas representativas dos números de 3 a 10, sendo que nestes casos os alunos apresentaram decomposições dos números em partes identificadas visualmente nas cartas. Encontraram mais do que uma hipótese para cada uma delas, emergindo mais opções nas cartas com mais símbolos. O *subitizing* conceptual também se traduziu no modo como os alunos representaram o que visualizaram, apesar de não se referir à disposição convencional dos símbolos. Por exemplo, o aluno L. associou à carta representativa do número 9 a expressão numérica  $7+2$ , tendo por base o modo como desenhou os símbolos, dizendo “5+2, 7 com mais 2, 9” (Figura 17).

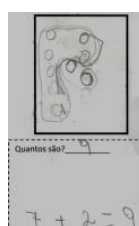


Figura 17. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 4 (carta 9)

Houve igualmente o estabelecimento de relações parte-parte-todo de uma forma desfasada do contexto. Estes alunos referiram expressões numéricas suas conhecidas que permitiam decompor o número em questão, efetuando depois a transposição para o contexto visual (e.g.  $2+1+1+1+1+1=7$ ;  $2+1+1+2=6$ ). A alusão a factos específicos levou à emergência da contagem um a um e ao estabelecimento de relações numéricas do tipo *mais um do que* e *mais dois do que* (e.g.  $7+1$ ,  $8+1$ ,  $9+1$ ,  $6+2$ ). Nestes casos, os alunos contaram um a um o conjunto com maior número de elementos, o que evidenciou que tal expressão não estava evidente na representação. Por outro lado, recorreram à contagem *a partir de*, começando com *subitizing* perceptual e continuando a contar a partir do número identificado.

Alguns alunos apresentaram expressões que envolviam a subtração com a interpretação “retirar”, associada à modelação com os dedos. Recorreram aos dedos para efetuar subtrações com números de um só dígito. Esta estratégia surgiu nas cartas representativas dos números 1, 3, 4 e 6. A título de exemplo, para a carta 3, um dos alunos referiu “tenho 5, tiro 2 (baixou 2 dedos), 3”. Por fim, a valorização do contexto numérico refletiu-se também na referência ao zero como elemento neutro, situação que constou no registo de alguns alunos.

É de salientar que todos conseguiram identificar as quantidades propostas, no entanto alguns alunos não desenharam os símbolos com a disposição visualizada o que levou à emergência de outras estratégias de contagem e de outras expressões numéricas, demonstrando que a disposição espacial influencia o raciocínio dos alunos.

A segunda parte da tarefa intitulou-se *Vamos inventar cartas novas* e decorreu no dia seguinte. A investigadora apresentou a tarefa:

Investigadora: Então a rainha e a Alice fizeram um jogo que foi o que estivemos a fazer ontem. Vamos ver o que aconteceu a seguir ao jogo? (continuação da leitura da história) (Anexo 16). Lembram-se que o número três estava assim na carta (desenhou no quadro a disposição vertical do número). Como é que podemos arrumar as bolinhas de outra forma?

Alguns alunos foram ao quadro apresentar disposições diferenciadas para o número 3, associando-lhes diferentes expressões numéricas (Figura 18).



**Figura 18.** Representações do número 3 apresentadas pelos alunos A. e S. na segunda parte da tarefa 4

A investigadora mostrou então um saco com discos numerados e distribuiu as folhas de registo (Anexo 18). O aluno L. foi chamado a retirar um número do saco, tendo respondido, ao retirar o número, “é o 5”:

Investigadora: A carta que a rainha mostrou à Alice foi esta carta com o número 5 e agora vocês vão inventar novas cartas que tenham também ...

Aluna C.: 5.

Investigadora: Mas têm de ter outra arrumação. Têm de colocar as bolinhas de outra forma e depois na parte de baixo vão explicar como contaram.

Constatou-se que todos os alunos conseguiram representar as quantidades propostas. Os números sorteados foram: 5, 4, 9 e 10. Todos os alunos efetuaram disposições padronizadas suas conhecidas (Figura 19).

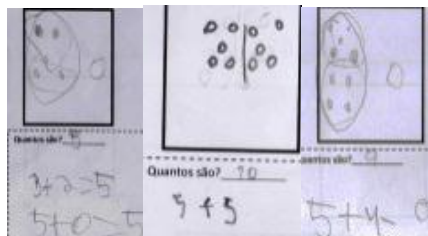


Figura 19. Registos dos alunos M., L. e S. na resolução da segunda parte da tarefa 4 (disposições padronizadas)

Outros alunos apresentaram disposições lineares para os números 4, 5 e 9 e, noutros casos, conciliaram disposições lineares com outras disposições padronizadas (Figura 20), às quais associaram as expressões  $3+1$ ,  $4+1$  e  $3+3+3$ .

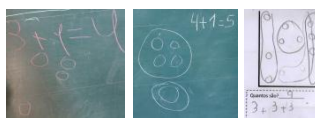


Figura 20. Registos dos alunos L., S. e C. na resolução da segunda parte da tarefa 4

As disposições lineares permitiram que os alunos decompusessem os números 5, 9 e 10 em conjuntos de 2 e de 3. Por exemplo, o aluno L. decompôs o 5 em conjuntos de 2 dizendo “2+2 e não posso pôr outro 2 se não dá 6 não é? Então ponho 1” (Figura 21). O aluno A., após ter efetuado a sua representação (a da direita), foi capaz de identificar as quantidades visualmente, emergindo assim o *subitizing*. Para confirmar que realmente tinha 9 círculos disse “2+1, é 3 mais 2, 5 mais 2, 7 mais 2, 9”. As representações eram coerentes com as expressões apresentadas (Figura 21).

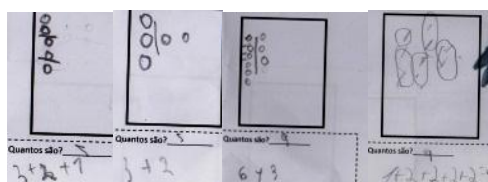


Figura 21. Registos dos alunos L. e A. na resolução da segunda parte da tarefa 4 (números 5 e 9)

Alguns alunos optaram por decompor os números 9 e 10 em conjuntos de 3, associando-lhes disposições lineares (Figura 22). Ao número 10 o aluno S. associou diferentes expressões para

a mesma representação. Por um lado associou a expressão  $5+5$  e por outro decompôs o número em “ $5+4+1$  é igual a 10.  $5+4$  é 9, mais 1 é 10” (Figura 22).

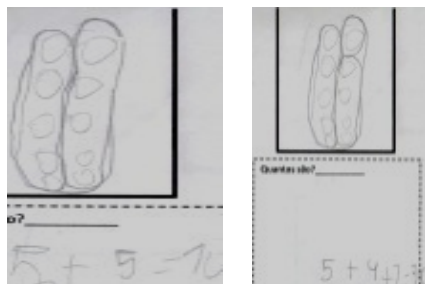


Figura 22. Registos do aluno S. na resolução da segunda parte da tarefa 4

O aluno A. apresentou uma representação com disposições lineares integradas associando a expressão  $3+2$  (Figura 23). Por outro lado as disposições retangulares estiveram associadas aos números 4 e 10, tendo o aluno L. associado a expressão  $2+2$  à sua representação exibindo o *subitizing* conceptual (Figura 23).

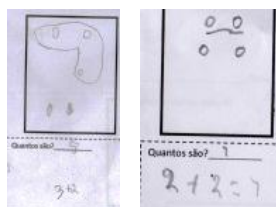


Figura 23. Registos dos alunos A. e L. na resolução da segunda parte da tarefa 4

Aquando da discussão em grande grupo os alunos procuraram decompor o 9 recorrendo a subtrações que acabaram por representar visualmente. Por exemplo, o aluno L. desenhou uma disposição linear horizontal com 12 bolas e depois desenhou mais 3. Quando lhe foi dito que aos 12 deveria retirar as 3 bolas, apagou as 3 bolas que tinha desenhado a mais e colocou um traço por cima de 3 das 12 bolas. Quando questionado sobre quantas estavam disse “9”, justificando com a contagem um a um. A procura de obter a quantidade em contexto numérico refletiu-se também nos números 4 e 9. O 10 e o 5 surgiram como valores de referência, associados aos dedos das mãos, e de forma pontual também o número 20.

## Tarefa 5: Cartas com pintas

A tarefa *Cartas com pintas* foi implementada no dia 29 de fevereiro de 2012. Como forma de esclarecer o que se pretendia a investigadora procedeu à explicação da tarefa:

Investigadora: Hoje vamos fazer um jogo. Cada um de vocês irá ter um lotinho de cartas com pintas (Anexo 19). Eu vou dizer um número e vocês vão escolher uma carta que tenha esse número de pintas.

Uma vez que todos os alunos compreenderam o que se pretendia, após ter distribuído as cartas (Anexo 19), a investigadora questionou-os acerca do conteúdo das mesmas. Alguns alunos identificaram de imediato alguns números como o 2, o 3 e o 4. Em seguida, foi distribuída a folha de registo (Anexo 20).

Nesta tarefa a investigadora dizia um número, os alunos escolhiam uma carta que correspondesse a essa quantidade e tinham de registar como contaram. Em seguida teriam de escolher duas cartas, uma com mais uma pinta do que a inicial e outra com menos duas pintas. Serão aqui analisadas as disposições que os alunos apresentaram para os números propostos pela investigadora e posteriormente as duas últimas situações, focando as estratégias e dificuldades emergentes.

Os números referidos pela investigadora foram o 5, o 9 e o 4. Para o número 5, a maioria dos alunos optou pela disposição padronizada que era conhecida das cartas e do dominó. Apesar de terem associado facilmente este arranjo à quantidade, evidenciaram também o *subitizing* conceptual fazendo referência a expressões como  $2+2+1$ ,  $3+2$  e  $4+1$  (Figura 24). Para esta última expressão um dos alunos optou por uma disposição que incluía um arranjo retangular, evidenciando o *subitizing* conceptual (Figura 24).

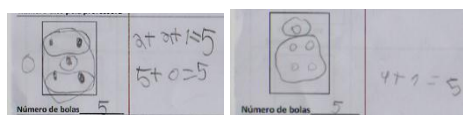


Figura 24. Registos dos alunos M. e S. na resolução da tarefa 5 (número 5)

É de destacar que alguns alunos procuraram estabelecer relações numéricas de uma forma descontextualizada referindo, por exemplo, o  $10-5$ , o que revela o recurso a um facto específico com base num número de referência, resultante da modelação com os dedos. A referência ao zero enquanto elemento neutro na adição também foi registada por alguns alunos, mas não foi muito frequente.

Relativamente ao 9, a maioria optou por uma disposição retangular conjugada com uma triangular. Nesta situação um dos alunos registou a expressão  $4+2+3$ , identificando visualmente os conjuntos (Figura 25). Outras expressões surgiram como  $2+2+2+1$  e  $3+3+3$  (Figura 25).

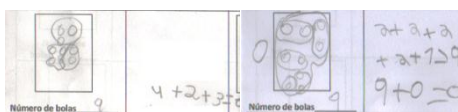


Figura 25. Registos dos alunos S. e M. na resolução da tarefa 5 (número 9)

A disposição completamente retangular foi evidenciada por alguns alunos, situação que se justifica pelo facto de constituir um arranjo facilmente identificável (Figura 26). Neste caso,

evidenciou-se igualmente o *subitizing* conceptual com as expressões  $3+3+3$  e  $6+3$ . Apenas um aluno optou pela conjugação de outros arranjos padronizados (Figura 26).

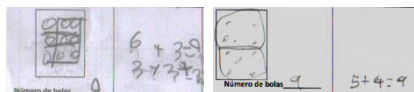


Figura 26. Registos dos alunos L. e A. na resolução da tarefa 5 (número 9)

Para o número 4, a maioria optou pela disposição retangular, tendo todos registado a expressão  $2+2$  e alguns  $3+1$  (Figura 27). Poucos optaram por uma disposição linear (Figura 27).

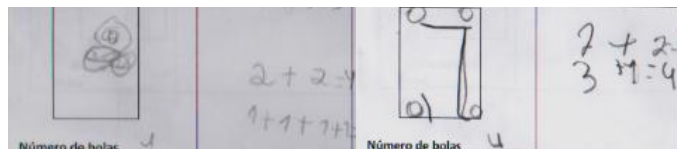


Figura 27. Registos dos alunos S. e L. na resolução da tarefa 5 (número 4)

No que concerne à escolha de cartas que refletiam a relação *mais um do que*, todos os alunos conseguiram escolher cartas representativas das quantidades pretendidas (6, 10 e 5). A maioria optou por disposições padronizadas, especialmente as retangulares, o que permitiu a emergência do *subitizing* conceptual através de expressões como  $3+3$ ,  $4+2$ ,  $2+2+2$ , para o número 6,  $5+5$  e  $2+3+2+3$  para o número 10,  $2+1+2$  e  $2+3$  para o número 5 (Figura 28).

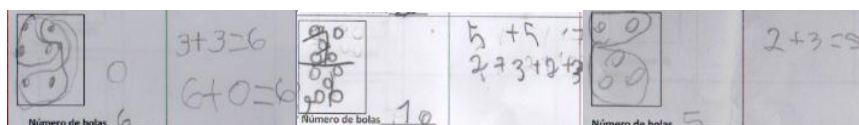


Figura 28. Registos dos alunos M., L. e A. na resolução da tarefa 5 (*mais uma pinta do que*)

Detetaram-se algumas exceções relativamente ao número 6. Um aluno optou por uma disposição circular, tendo por isso começado por usar a contagem um a um. Depois identificou conjuntos, formulando as expressões  $3+3$  e  $4+2$  (Figura 29).

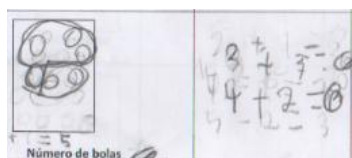


Figura 29. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 5 (*mais uma pinta do que - 6*)

No número 10, alguns alunos optaram por uma disposição triangular, o que não é muito vulgar. Essa escolha resultou na contagem um a um e só posteriormente, no reconhecimento visual das quantidades dispostas por linha ( $1+2+3+4$ ) (Figura 30). Face à mesma disposição, um dos alunos referiu a expressão  $5+5$ , no entanto não era facilmente reconhecível neste arranjo (Figura 30).

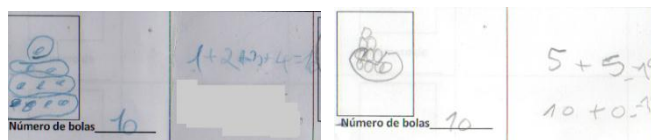


Figura 30. Registos dos alunos A. e S. na resolução da tarefa 5 (*mais uma pinta do que - 10*)

Por fim, relativamente ao número 5, alguns optaram por uma disposição mais linear permitindo, a emergência do *subitizing* conceptual (Figura 31)

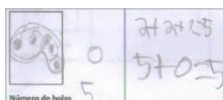


Figura 31. Registro da aluna M. na resolução da tarefa 5 (*mais uma pinta do que - 5*)

A relação *menos dois do que* gerou os números 3, 7 e 2. No caso do 3 e do 2, apesar de terem evidenciado o *subitizing* perceptual, optando por arranjos lineares, a maioria sentiu necessidade de se apoiar no contexto numérico para fundamentar o resultado, registando a expressão numérica que remetia para a contagem um a um. Para o 3 os alunos evidenciaram o *subitizing* conceptual através do 2+1 (Figura 32).

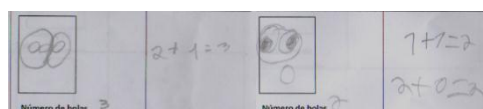


Figura 32. Registos dos alunos A. e M. na resolução da tarefa 5 (*menos duas pintas do que - 3*)

Para o número 7, a maioria escolheu uma disposição com características similares à existente nas cartas de jogar, tendo associado as expressões 5+2 e 4+3 (Figura 33). O arranjo mais escolhido em seguida foi a disposição retangular que permitiu igualmente a emergência do *subitizing* conceptual com as expressões 2+3+2 e 4+2+1 (Figura 33).

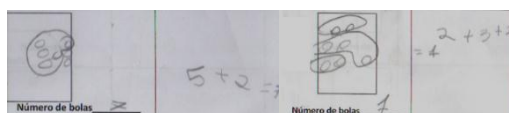


Figura 33. Registos dos alunos S. e A. na resolução da tarefa 5 (*menos duas pintas do que - 7*)

Verificou-se que todos os alunos foram capazes de escolher cartas adequadas e representaram as quantidades pretendidas. O facto de as disposições padronizadas serem mais facilmente reconhecidas evidenciou-se nesta tarefa. Mobilizaram os seus conhecimentos em relação ao reconhecimento de determinados arranjos associados a contextos seus conhecidos, como os dominós ou as cartas. Para além destes arranjos, as disposições retangulares foram as mais escolhidas por serem, igualmente, fáceis de identificar, seguidas das lineares e posteriormente as circulares e as aleatórias. A contagem um a um surgiu associada a disposições

menos conhecidas dos alunos, no entanto a estratégia mais utilizada foi o *subitizing* conceptual. A contagem *a partir de* também foi usada, por norma, em conjugação com o *subitizing* conceptual.

### Tarefa 6: Calcula com a Calculini

A implementação da tarefa *Calcula com a Calculini* ocorreu a 7 de março de 2012. A investigadora informou os alunos que iriam trabalhar com o dominó. Começaram por uma exploração inicial do dominó, identificando o número de pintas de algumas peças (Figura 34).

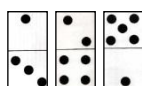


Figura 34. Peças de dominó exploradas no início da tarefa 6

Na primeira peça emergiu o *subitizing* perceptual. A disposição das pintas levou ao *subitizing* conceptual através de comentários como “3+1, é 4”. Um aluno referiu “4+0, porque o zero não existe”, salientando assim o zero como elemento neutro na adição. O *subitizing* conceptual também foi perceptível nas outras duas peças, tendo um aluno referido “4+2, tem ali 2 e depois mais 4” e outro aluno disse “temos 5 mais o 1, 6”. Salienta-se uma aluna que recorreu à contagem um a um. Posteriormente, a investigadora apresentou a boneca *Calculini*, afixando a imagem no quadro:

Investigadora: Esta menina é especial porque as suas pernas e os seus braços são peças de dominó. No seu vestido costuma estar um número. O número que estiver no vestido é igual à soma das pintas das peças de dominó que são as pernas e os braços. Eu vou colocar as pernas e os braços e vocês vão descobrir o número que deve ficar no vestido.

Após ter afixado as peças no quadro (Figura 35) alguns alunos começaram a contar o número de pintas. Um aluno disse “19” e outro contrapôs dizendo “são 20”. O aluno que respondeu 19 foi ao quadro efetuar a contagem “3, 4, 5, 6, 7....18.....19, 20”, concluindo que tinha 20.



Figura 35. Registo da fase exploratória da tarefa 6 (número 20)



Outro aluno foi ao quadro e referiu que estavam 20 pintas tendo efetuado *subitizing* conceptual dizendo “ $3+1$  é 4.  $5+1$ , 6.  $2+2$  é 4.  $6+0$ , 6”. Pediu-se então que os alunos identificassem o número que deveria estar escrito no vestido. Um aluno disse “2 e 0”, pois, segundo outra aluna, “dá tudo 20”. Em seguida, a investigadora distribuiu um jogo de dominó por aluno juntamente com a imagem da *Calculini* (Anexo 21) e a folha de registo (Anexo 22):

Investigadora: Agora vocês têm de descobrir 4 peças de dominó cuja soma das pintas seja 12. Têm a *Calculini* grande para experimentar as diferentes peças. Na folha de registo, por baixo da *Calculini*, vão escrever como contaram e desenhar as bolinhas das peças que escolherem.

Os números explorados nesta tarefa foram o 12, o 8, o 16 e o 24. Todos os alunos reconheceram os arranjos dispostos nas peças do dominó mobilizando o *subitizing*, percetual e conceptual, no entanto a par destas estratégias surgiram outras. Todos conseguiram encontrar decomposições diferenciadas para os números pretendidos sendo de destacar a tentativa e erro na descoberta das peças.

A primeira abordagem de alguns alunos não teve em atenção o requisito pretendido: a escolha de 4 peças para decompor o número. Acabaram por escolher uma ou duas peças para o fazer, reconhecendo visualmente factos específicos. A título de exemplo a maioria descobriu para o número 12 a peça 6/6; outro aluno descobriu as peças 5/5 e 1/1. Outra aluna referiu o 3/3 e 2/0 e outro aluno descobriu a peça 4/4 para o 8.

O aluno A. escolheu a peça 4/4, depois a peça 2/0 e por fim a peça 1/1 pois, segundo ele, “8 com 2, 10 e mais 2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8...12”. Quando questionado sobre quantas pintas deveria ter a última peça disse que seria zero (elemento neutro da adição). O facto de alguns alunos conseguirem obter o número com apenas 3 peças fez com que mobilizassem este conhecimento ao escolher uma peça com zero pintas para completar a boneca (Figura 36).

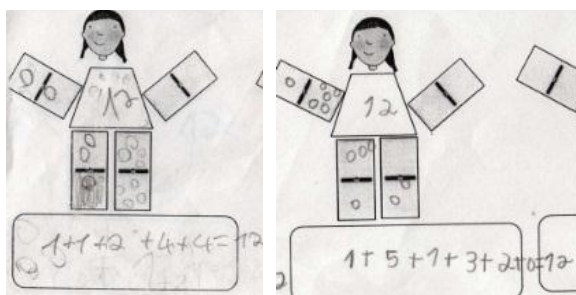


Figura 36. Registos dos alunos A. e S. na resolução da tarefa 6 (uso da peça 0/0)

A *contagem a partir de* evidenciou-se juntamente com o conhecimento de factos específicos. Por exemplo, o aluno S. referiu “ $5+2$ , 7, 8, 9, 10, 11, 12” (Figura 36). Apesar de ter sido capaz de identificar visualmente as diferentes quantidades, associou o conhecimento de um facto específico à *contagem a partir de*. O aluno L. efectuou adições sucessivas de duas parcelas tendo

igualmente recorrido à contagem *a partir de* para efetuar algumas transições. Salienta-se uma aluna que foi escolhendo as peças por tentativa e erro. Foi escolhendo as peças que registou na folha de registo mas, quando era questionada acerca de quantas pintas tinha, contava sempre a totalidade das pintas (Figura 37), apesar de ter evidenciado *subitizing*.



Figura 37. Registo da aluna M. na resolução na tarefa 6 (número 12)

Para o número 8 um aluno usou a contagem por saltos de 2 em 2 e o *subitizing* conceptual, escolhendo por isso peças com disposições que envolviam o 1 e o 2, evitando a tentativa e erro (Figura 38).

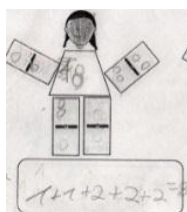


Figura 38. Registo do aluno A. na resolução da tarefa 6 (número 8)

A tentativa e erro levou os alunos à utilização de relações do tipo *mais do que* ou *menos do que*, no sentido de reformularem os raciocínios. A título de exemplo, o aluno A. para o número 24 escolheu inicialmente as peças 4/2, 2/1, 2/2 e 6/6. Ao efetuar a contagem um a um verificou que tinha 25 pintas, o que o levou a substituir a peça 2/1 pela peça 2/0, estabelecendo assim uma relação do tipo *menos um do que* (Figura 39).

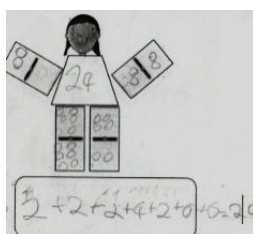


Figura 39. Registo do aluno A. na resolução da tarefa 6 (número 24)

Face o que é apresentado verifica-se que o dominó constituiu um material que motivou os alunos pois já havia sido explorado em aulas de Matemática, o que permitiu a mobilização de uma série de estratégias de contagem. O reconhecimento de peças que constituíam dobros e que

remetiam para a obtenção dos números propostos permitiu a emergência *subitizing* conceptual, a par de outros factos específicos, da contagem por saltos e da contagem *a partir de*.

### **Tarefas noutros contextos visuais**

As tarefas que se seguiram tinham uma estrutura similar, tendo por base a contagem de elementos dispostos em arranjos particulares. Foram implementadas sete tarefas deste tipo. Para explorar estas propostas em grande grupo, a investigadora imprimiu as imagens, que afixou no quadro, para que os alunos pudessem associar a visualização ao registo do seu raciocínio.

#### ***Tarefa 7: Contando dedos e pés***

A tarefa *Contando dedos e pés* foi a primeira tarefa desta sequência a ser implementada no dia 14 de março de 2012. Começou-se por apresentar um exemplo. Neste sentido, a investigadora desenhou no quadro uma imagem e questionou os alunos acerca do número de elementos representados (Figura 40).



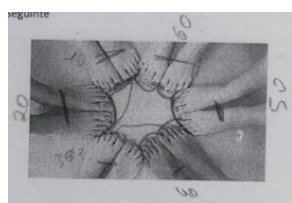
*Figura 40. Imagem explorada no início da tarefa 7*

Os alunos identificaram 7 bolinhas. Um deles disse que via 5 bolas em cima e duas em baixo. Outra aluna disse “4 em cima e depois 3 em baixo”. Outro aluno referiu a expressão  $7+0$  justificando “os sete todos mais o zero”. Assim, os alunos foram alertados para o facto de ser importante terem por base o que estavam a observar na imagem para encontrar formas rápidas de contar o número de elementos representados. A investigadora propôs então a tarefa e distribuiu a folha de registo (Anexo 23). Foi então solicitado que descobrissem o número de pés que viam, podendo para isso usar palavras, desenhos ou cálculos. Verificou-se que alguns alunos optaram pela contagem um a um. Tendo por base a disposição dos pés identificaram também grupos de dois, evidenciando a contagem por saltos de 2 em 2. Aquando da discussão em grande grupo, um aluno propôs a expressão  $8+4$ , usando a contagem por saltos de 2 em 2 até ao 8 e usou o *subitizing* percetual para identificar o conjunto de 4 pés. Por outro lado, recorreu ao número 5 como referência para agrupar o número de pés, traduzindo essa ideia na expressão  $5+5+2$ , dizendo “tem aqui dois pés, mais 5 mais 5”. Alguns alunos identificaram ainda dois conjuntos de 6 pés, formulando a expressão  $6+6$  (Figura 41).



**Figura 41.** Registo da aluna M. na resolução da tarefa 7 (número de pés)

Posteriormente calcularam o número de dedos na imagem. Dois dos alunos recorreram à contagem um a um. No entanto, esta acabou por não ser a estratégia mais adequada uma vez que não chegaram ao resultado pretendido. Acabaram por usar a contagem por saltos de 10 em 10, situação associada ao contexto visual apresentado e que teve por base o *subitizing* (Figura 42).



**Figura 42.** Registo do aluno L. na resolução da tarefa 7 (número de dedos)

Alguns alunos optaram pela contagem por saltos de 5 em 5, tendo por base o número de dedos de cada pé, constituindo também um número de referência.

### **Tarefa 8: Cuidado com o gato!**

No dia 11 de abril de 2012, como forma de enquadrar a tarefa (Anexo 24), a investigadora perguntou aos alunos se viam desenhos animados e se conheciam o *Tom* e o *Jerry*:

Aluna C.: Sim! É um gato e um rato.

Aluno A.: O gato anda sempre a tentar apanhar o rato.

Aluno V.: E o rato anda a fugir do gato.

A investigadora explicou que, tal como na sessão anterior, tinham de encontrar formas rápidas de contar os gatos. Quando foi distribuída a folha de registo, alguns alunos contaram um a um o número total de elementos da imagem:

Aluno A.: Tem aqui 9 (após ter contado um a um).

Aluna C.: São 8 porque o rato não conta.

Face à resposta do aluno verificou-se o estabelecimento de uma relação do tipo *menos um do que* tendo por base o número total de animais que estavam na imagem, aos quais se retirou o rato. Tal situação acabou por constar no registo de um dos alunos que traduziu essa relação na expressão numérica 9-1. Apesar da contagem um a um ter surgido inicialmente, foram usadas outras estratégias. Através do *subitizing* conceptual alguns alunos identificaram os conjuntos dispostos verticalmente, formulando a expressão numérica 3+2+3 (Figura 43). As expressões 3+5 e 5+3 surgiram também através desta estratégia, associadas à respetiva forma de visualização.



**Figura 43.** Registo do aluno L. na resolução da tarefa 8

A identificação de um dobro, através do *subitizing* conceptual, foi salientada por alguns alunos, tendo um deles referido “4+4, 8”, após ter identificado na imagem os dois conjuntos (Figura 44). Alguns alunos identificaram diferentes conjuntos de dois, tendo dito “estes 2, mais estes 2, mais estes 2, mais estes 2, que é igual 8”. Outro recorreu à contagem por saltos “2, 4, 6, 8”. Tendo por base esta decomposição, conjugou o *subitizing* conceptual com a contagem por saltos (Figura 44).



**Figura 44.** Registos dos alunos M. e L. na resolução da tarefa 8

Ocorreu por vezes o estabelecimento de relações parte-parte-todo sem ter em atenção a disposição apresentada. Alguns alunos fizeram alusão ao 7+1, tendo um deles recorrido à contagem um a um para identificar o conjunto de 7. Outro aluno efetuou a mesma contagem e depois decompôs o número 7 num conjunto de 5 e num conjunto de 2. De modo a encontrar uma forma de justificar o número de gatos, um dos alunos usou os dedos como modelo e o número 10 como referência. O contexto visual não esteve na base do seu raciocínio mas sim um facto numérico, cujo resultado remetia para o número pretendido (10-2). Por fim, alguns referiram-se ao zero como elemento neutro da adição.

Face ao que é apresentado verifica-se que a disposição espacial permitiu a emergência do *subitizing* conceptual e perceptual. A estas estratégias esteve associada a contagem por saltos e o conhecimento de factos específicos. O recurso a estes factos tendo em atenção um número de referência, o 10, permitiu que um aluno validasse o seu raciocínio recorrendo aos dedos.

### ***Tarefa 9: As flores do jardim***

Após a leitura do enunciado desta tarefa (Anexo 25), realizada no dia 11 de abril de 2012, alguns alunos efetuaram a contagem um a um, tendo um dito que estavam 14 flores. No entanto não foi a estratégia predominante mas sim o *subitizing* conceptual. Um dos alunos referiu “são 15. 5+5+5. 5+5, 10 com mais 5, 15”. Esta expressão foi proposta pela maioria dos alunos (Figura 66

45). Por outro lado, alguns registaram a expressão  $10+5$ , através do *subitizing* conceptual, identificando um conjunto de 10 flores e outro de 5.



Figura 45. Registo da aluna M. na resolução da tarefa 9

O aluno A. decompôs o número 5 num conjunto de 4, mais um, dizendo “tem estes 4 e este sozinho, estes 4,  $4+1$ , mais  $4+1$ ”. Segundo o aluno era “4, 1, 4, 1, 4, 1”, que dava 15 pois “ $4+1$ , 5, mais 4, 9, mais 1, 10, mais 4, 14 mais 1, 15”. O aluno reconheceu através do *subitizing* conceptual factos específicos como os quase dobros. O surgimento do 10 constituiu um facilitador do cálculo (Figura 46).

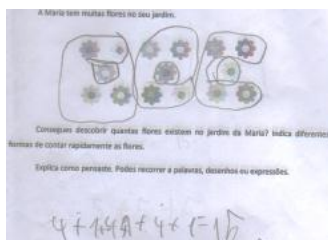


Figura 46. Registo do aluno A. na resolução da tarefa 9

Através do *subitizing* percetual o aluno L. identificou os conjuntos de 5, que correspondiam a uma disposição padronizada, mas também decompôs uma das disposições em partes dizendo “são estes 5, mais 2, mais 1, mais 2, mais 5 é 15” (Figura 47). O aluno também dividiu o jardim como se pode ver na imagem referindo “aqui tem  $2+2+2+1+1+1+2+2+2$ , igual a 15”, tendo em atenção a disposição horizontal dos elementos (Figura 47).

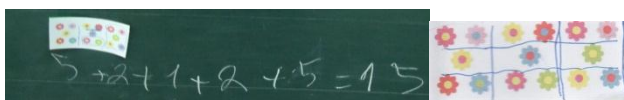
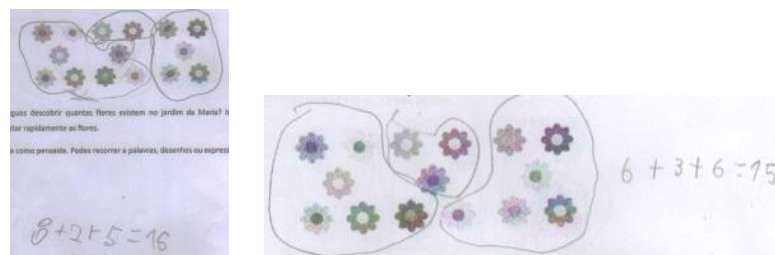


Figura 47. Registos do aluno L. na resolução da tarefa 9

O aluno A., apesar de ter referido a expressão numérica  $8+2+3$ , acabou por decompor visualmente o número 8 (*subitizing* conceptual), identificando depois os restantes conjuntos através do *subitizing* percetual. Esta identificação acabou por ser vantajosa para o aluno no momento do cálculo, já que usou uma estratégia para chegar ao 10, pois segundo ele “esses 5 e estes 3, 8 mais estes 2, 10, mais 5, 15” (Figura 48). O aluno S. através do *subitizing* conceptual formulou a expressão  $6+3+6$  (Figura 48).



**Figura 48.** Registos dos alunos A. e S. na resolução da tarefa 9

Aquando da discussão em grande grupo o aluno L. usou a contagem por saltos de 3 em 3, visualizando disposições lineares e triangulares (Figura 49).



**Figura 49.** Registo do aluno L. na resolução da tarefa 9 (discussão em grande grupo)

A utilização de factos específicos de uma forma descontextualizada verificou-se quando o aluno S. sugeriu a expressão  $14+1$ , tendo recorrido à contagem um a um do conjunto de 14 flores, já que não era visualmente evidente, estabelecendo assim uma relação do tipo *mais um do que*. Por outro lado, sugeriu o  $13+2$  sem recorrer à contagem usando uma relação do tipo *menos dois do que*, ao conjunto já existente. Alguns alunos apoiaram-se em factos específicos, neste caso no conhecimento do zero como elemento neutro na adição, tendo por isso registado a expressão  $15+0$ .

### **Tarefa 10: Apanha os cogumelos**

Na implementação da tarefa 10 *Apanha os cogumelos* (Anexo 26), no dia 18 de abril de 2012, após a distribuição da folha de registo, a investigadora discutiu com os alunos o conteúdo da imagem. Vários alunos começaram por realizar a contagem e iam respondendo “tem 15”. Apesar de inicialmente alguns alunos terem efetuado a contagem um a um, acabaram por apoiar-se no contexto visual para encontrar outras formas de calcular o número de elementos. A maioria visualizou os conjuntos dispostos na imagem através do *subitizing* e da contagem por saltos. O raciocínio refletiu-se na expressão apresentada. Segundo um aluno era “3, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 15”. Alguns alunos registaram a expressão  $8+7$ , que emergiu do *subitizing* conceptual (Figura 50). É de salientar que um dos alunos, para explicar o que tinha visualizado, referiu as diferentes partes que compunham o número 8 dizendo “3+3, 6, mais 2, 8, mais estes 7, 15”, associando o conhecimento de factos específicos com a visualização.

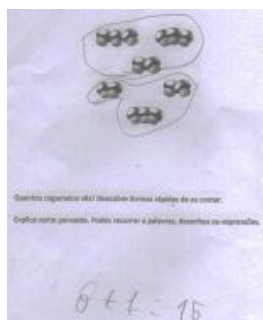


Figura 50. Registo do aluno A. na resolução da tarefa 10

Apesar de não ser expectável, alguns alunos efetuaram a contagem por saltos de 5 em 5 e de 3 em 3, tendo por base o *subitizing* percetual. À contagem de 5 em 5, o aluno S. também associou a contagem um a um: “1, 2, 3, 4, 5, mais 5, mais 5 dá 15”. Aquando da discussão em grande grupo emergiu a contagem por saltos de 3 em 3, tendo o aluno em causa recorrido aos dedos para modelar as quantidades, apesar de ter evidenciado o *subitizing* percetual. Segundo o aluno L. “3+3, 6, mais 3, 9 (o aluno foi levantando os dedos à medida que ia falando), com mais 3, 12, com mais 3, 15” (Figura 51).

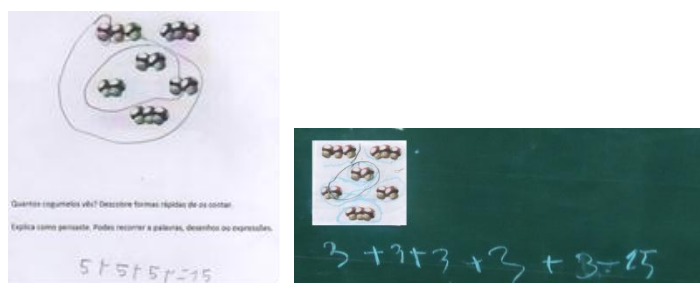


Figura 51. Registos dos alunos S. e L. na resolução da tarefa 10

A emergência do *subitizing* conceptual evidenciou-se também no reconhecimento dos diferentes conjuntos em linha (Figura 52).



Figura 52. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 10 (discussão em grande grupo)

Tendo em atenção um facto específico, um aluno acabou por estabelecer algumas relações numéricas:

Aluno L.: 16, não é? Menos um, 15

Investigadora: Quantos cogumelos tens?

Aluno L.: 15

Investigadora: E porque colocaste 16?

Aluno L.: Porque era para fazer 16-1, dá 15.

Investigadora: Quantos cogumelos tinhas de ter?

Aluno L.: 16



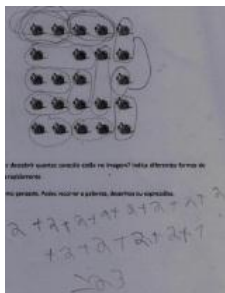
Investigadora: E quantos tens?

Aluno L.: 15.

Partiu do pressuposto que necessitaria de mais um cogumelo para poder associar a expressão numérica pretendida e depois retirar um, para obter o resultado pretendido. Por outro lado, ocorreu o estabelecimento da relação do tipo *mais um do que* com a expressão  $14+1$ , tendo o aluno contado um a um os 14 cogumelos “1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Mais um, 15”. Isto demonstra a necessidade de procurar expressões matematicamente válidas para justificar o número de elementos na imagem. Esta situação acabou por verificar-se com o recurso ao zero como elemento neutro da adição, contexto que não foi predominante.

### ***Tarefa 11: A caminhada dos caracóis***

Após a tarefa dos cogumelos, no mesmo dia, a investigadora pediu a atenção alunos pois iam resolver outra proposta. Após a distribuição da folha de registo (Anexo 27) verificou-se que os alunos começaram a contar o número de caracóis tendo uma aluna dito que eram 23. Salienta-se que, nesta tarefa, a contagem um a um foi uma estratégia preponderante, estando por vezes associada ao *subitizing* percetual, tendo sido registada na folha individual e aquando da discussão em grande grupo. Através do *subitizing* percetual a aluna M. identificou diferentes conjuntos de 2, mas validou o resultado através da contagem um a um (Figura 53).



**Figura 53.** Registo da aluna M. na resolução da tarefa 11

Apenas um aluno se apoiou na disposição linear dos diferentes conjuntos usando assim o *subitizing* percetual (Figura 54):

Investigadora: O que significa o que marcaste na imagem?

Aluno A. :  $5+4+4+5+5$ .

Investigadora: Como somaste?

Aluno A. :  $5+4$ , 9, mais 4 (1, 2, 3, 4) igual a 13, mais 5, 8.

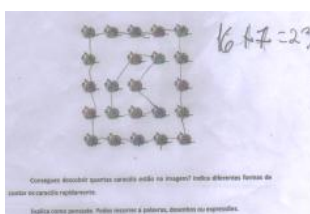
Investigadora:  $13+5$ , 8?

Aluno A.:  $13+5$ , 18, mais 5, 23.



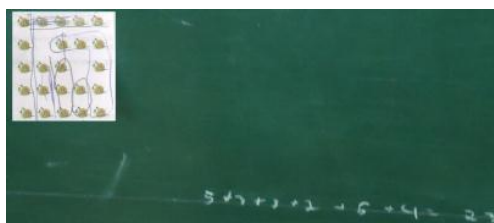
*Figura 54.* Registo do aluno A. na resolução da tarefa 11

O aluno L., após ter efetuado a contagem um a um, optou por contar os caracóis na fronteira da imagem, tendo contado duas vezes o mesmo caracol (Figura 55). Quando lhe foi dito para verificar a sua resposta colocou um traço em cima de cada caracol contado.



*Figura 55.* Registo do aluno L. na resolução da tarefa 11

Aquando da discussão em grande grupo, um aluno identificou conjuntos dispostos linearmente, formulando a expressão  $5+3+3+2+6+4$  (Figura 56), tendo também modelado a situação com os dedos, à medida que ia efetuando a transição em que sentia mais dificuldade.



*Figura 56.* Registo do aluno A. na resolução da tarefa 11 (discussão em grande grupo)

Outro aluno fez uma decomposição em conjuntos, associada à expressão  $9+14$ , tendo efetuado a contagem um a um do conjunto com 14 elementos mas reconheceu visualmente o conjunto com 9 elementos (Figura 57).



*Figura 57.* Registo do aluno S. na resolução da tarefa 11 (discussão em grande grupo)

Surgiram outras expressões que remetiam para o campo meramente numérico como o  $20+3$ ,  $22+1$ ,  $21+2$ . Não eram situações evidentes na imagem o que levou à emergência da contagem um a um. Verificou-se desta forma o estabelecimento de relações parte-parte-todo de

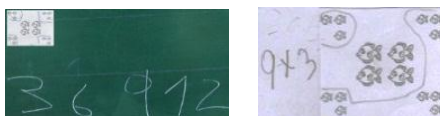
uma forma descontextualizada. O recurso ao zero como elemento neutro da adição acabou igualmente por ser referido por uma das alunas por constituir um conhecimento já memorizado por ela.

O contexto apresentado não foi tão intuitivo para os alunos como outros, de modo a facilitar a emergência de estratégias de contagem diversificadas. Esta situação pode ter-se devido ao facto do número de elementos ser mais elevado, o que levou à emergência da contagem um a um demonstrando a importância da sequência numérica para a validação de raciocínios. Por outro lado demonstrou a importância dos alunos necessitarem de encontrar estratégias que permitam que não se enganem ao efetuar a correspondência termo a termo. O *subitizing* percetual foi importante permitindo a mobilização de conhecimentos relativamente a factos específicos.

### ***Tarefa 12: Que grande peixeirada!***

A tarefa *Que grande peixeirada!* (Anexo 28) foi implementada a 23 de abril de 2012. A investigadora começou por pedir o número de peixes grandes. Um aluno disse imediatamente que eram 4, evidenciando o *subitizing* percetual, estratégia usada por todos os alunos. Por outro lado, todos registaram a expressão  $2+2$  tendo por isso um aluno respondido: “Vi logo que estavam 4. Depois pus  $2+2$ ”, tendo marcado na imagem a divisão desses conjuntos de dois peixes.

No que refere ao número de peixes pequenos verificou-se que o agrupamento dos peixes possibilitou a emergência do *subitizing* conceptual, através da identificação dos grupos de 3 (Figura 58). Um dos alunos justificou essa mesma visualização dizendo “Vi de 3 em 3. 3, 6, 9, 12”, contando por saltos. O aluno L. sugeriu  $9+3$ , tendo-se apoiado na decomposição do número 9 em conjuntos de 3 (Figura 58). Alguns alunos reconheceram dois conjuntos de 6, tendo registado a expressão  $6+6$ : “tem aqui  $6+6$  pois tem aqui  $3+3$  que é 6, mais 6 é 12”.

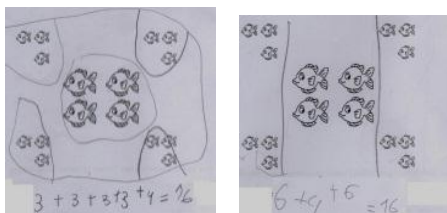


**Figura 58.** Registos dos alunos S. e L. na resolução da tarefa 12 (número de peixes pequenos)

De uma forma não tão evidente alguns alunos usaram factos específicos para justificar o número de peixes. Neste sentido, referiram as expressões  $10+2$  e  $11+1$ . Por outro lado, fizeram alusão a um facto conhecido “ $12+0$  é igual a 12”.

Seguidamente os alunos tiveram de descobrir o número total de peixes. A maioria agrupou os conjuntos dispostos na imagem, escrevendo a expressão  $3+3+3+3+4$ , que também constituiu

uma forma mais fácil de efetuar o cálculo (Figura 59). Outro aluno dividiu a imagem em 3 partes formulando a expressão  $6+4+6$  (Figura 59). Para explicar disse “3+3, 6, 6+4, 7, 8, 9, 10, mais 6, 16.” Outro aluno visualizou os conjuntos de 3 e decompôs o 4 em dois conjuntos de 2, associando a contagem por saltos ao *subitizing*.



**Figura 59.** Registos dos alunos S. e A. na resolução da tarefa 12 (número total de peixes)

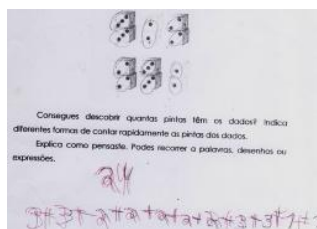
Apenas uma das alunas efetuou a contagem um a um, no entanto acabou por se enganar tendo contando apenas 15 peixes. Só um aluno registou a expressão  $15+1$ , situação que constituía um modo de obter o número pretendido não tendo em atenção a disposição dos peixes mas sim o estabelecimento de relações parte-parte-todo tendo em atenção apenas o contexto numérico.

### **Tarefa 13: Dados com pinta**

A tarefa *Dados com pinta* (Anexo 29) foi implementada no dia 30 de abril de 2012. Começou-se por discutir com os alunos, algumas características dos dados. Todos os alunos conseguiram reconhecer visualmente os conjuntos padronizados, representativos dos números de 1 a 6, mobilizando o *subitizing* percetual. Após esta fase exploratória a investigadora explicou a tarefa que iria ser realizada:

Investigadora: Hoje vamos descobrir o número de pintas de um conjunto de dados. Vocês vão tentar contar rapidamente o número de pintas. Não se trata de contar rapidamente até chegar ao número, do tipo 1, 2, 3, 4... mas agrupar as pintas de tal forma que consigam descobrir o número de pintas que estão nos dados, rapidamente.

A folha de registo foi distribuída e de imediato alguns alunos efetuaram a contagem um a um das pintas. Apesar desta abordagem, acabaram por reformular as suas estratégias. Verificou-se que a emergência do *subitizing* percetual e conceptual foi útil para a resolução da tarefa. A disposição dos diferentes dados levou ao reconhecimento visual de dobros, agrupados nos dados dispostos verticalmente. Esta situação permitiu a adição sucessiva de parcelas duas a duas. Uma aluna, apesar de ter efetuado essa visualização, sentiu dificuldade em encontrar uma estratégia que lhe permitisse validar a sua resposta, optando pela contagem um a um (Figura 60), tendo registado a expressão  $24+0$ , facto específico seu conhecido.



*Figura 60. Registo da aluna M. na resolução da tarefa 13*

Outro aluno, tendo por base o *subitizing* conceptual, identificou as diferentes quantidades associadas nos diferentes pares de dados, no entanto num caso associou dois pares, o que permitiu a contagem por saltos (Figura 61).

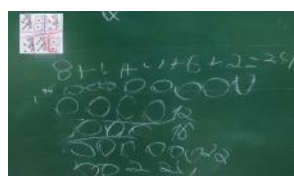
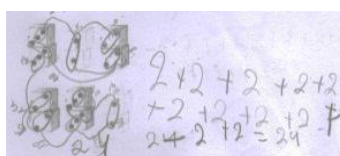


Figura 61. Registro do aluno A. na resolução da tarefa 13 (discussão em grande grupo)

A contagem por saltos de 2 em 2 constituiu igualmente uma estratégia evidenciada por alguns alunos, por constituir uma estratégia mais fácil para eles (Figura 62). Uma aluna identificou os diferentes conjuntos de 2 mas recorreu à contagem um a um para validar a sua resposta.



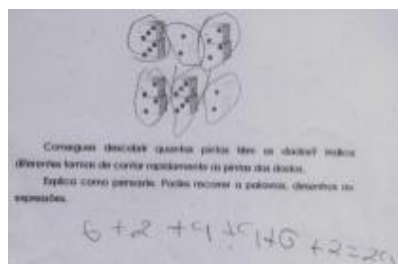
*Figura 62. Registo do aluno L. na resolução da tarefa 13*

Através da visualização dos conjuntos dispostos na vertical, o aluno S. evidenciou o *subitizing* conceitual, efetuando a adição sucessiva de duas parcelas (Figura 63).



*Figura 63. Registo do aluno S. na resolução da tarefa 13 (discussão em grande grupo)*

Por fim, um aluno identificou 12 pintas em linha, formulando a expressão  $12+12$  (Figura 64) pois, segundo ele, “estão 12 em cima e 12 em baixo”. Segundo o aluno “ $3+3$ , 6 mais 2, 8 mais 4, 12”. Na segunda linha referiu que “ $2+2$ , 4, mais 3, 7, mais 3, 10, mais 2, 12.  $12+12$ , 24”.



*Figura 64.* Registo do aluno A. na resolução da tarefa 13

Verificou-se que os agrupamentos das pintas permitiram que os alunos associassem adições de duas parcelas com vista a facilitar o cálculo. Neste sentido, o *subitizing* acabou por ser uma estratégia útil. O reconhecimento de factos específicos visualmente foi importante. Por outro lado surgiu a contagem por saltos, apesar do contexto visual não remeter imediatamente para essa forma de contar.



## **CAPÍTULO V - A CARLA**

Neste capítulo será apresentada a Carla e todo o trabalho por ela realizado no âmbito deste estudo. Depois de uma breve caracterização da aluna, focando as suas características pessoais e académicas, será efetuada uma análise detalhada do modo como resolveu as tarefas propostas, identificando as estratégias utilizadas bem como as dificuldades emergentes do seu trabalho.

### **A Carla como pessoa e como aluna**

A Carla tinha 6 anos no início do estudo e vivia numa zona próxima da escola. Morava com os pais e com o irmão, mais novo. A nível de habilitações académicas a mãe terminou o 2º ciclo e o pai o ensino secundário. Profissionalmente, a sua mãe tratava de uma pessoa idosa e o pai trabalhava num armazém.

Nos tempos livres preferia estudar, justificando essa opção com o gosto por “trabalhar muito”. A preferência pelos estudos era evidente quando, por vezes, pedia para ficar na sala a terminar alguma tarefa em vez de ir para o recreio. Sonhava um dia vir a ser veterinária, ou seja, “médica dos animais”, pois quer “ver como eles são”.

Antes de ingressar no 1º ciclo já tinha frequentado, durante 3 anos, o Jardim de Infância que pertencia ao mesmo agrupamento da escola que agora frequentava. A sua transição para o 1º ciclo decorreu com naturalidade. Enquanto aluna era empenhada e revelava bom comportamento. Dedicava-se com afinco às tarefas propostas, no entanto, quando não conseguia alcançar os objetivos pretendidos, acabava por reagir mal. Era teimosa, e por vezes, quando algo a preocupava, recusava-se a fazer as tarefas, situação que raramente se verificou. Não revelava dificuldades em nenhuma das áreas curriculares do 1º ciclo, apresentando um bom aproveitamento. Considerava-se boa aluna “porque trabalho muito bem, recebo muitas gomas e livros”, dizia. Gostava da escola porque “gosto de estudar, porque tem livros que eu sei fazer, tem livros bonitos e eu gosto da professora”. O seu grande objetivo era aprender a ler e a escrever pois “há letras que eu já sei e porque gosto de ler”.

A sua disciplina preferida era Língua Portuguesa. Gostava “mais ou menos” de Matemática pois “não sei muito e tem contas muito difíceis”, no entanto, tinha um bom aproveitamento nessa disciplina. Era uma aluna participativa nas aulas, tendo facilidade em expressar-se. Por vezes até chamava a atenção dos colegas quando estavam a ser mais barulhentos. Quando lhe era proposta alguma tarefa, realizava-a individualmente no seu lugar, e quando tinha alguma dúvida perguntava à professora. Era solidária com os colegas com mais dificuldades ajudando-os nas



tarefas, especialmente as associadas à leitura. Mantinha uma boa relação com todos os colegas mas, nos momentos de recreio, costumava brincar com as alunas do 2º ano.

## A exploração das tarefas

Nesta secção descreve-se o trabalho desenvolvido pela Carla ao longo da implementação das tarefas. Será feita uma análise da exploração efetuada pela aluna nas diversas tarefas propostas, focando-se as estratégias usadas e as dificuldades sentidas.

### Tarefa 1: As unhas da Sara

A Carla, logo que confrontada com a imagem apresentada ao grande grupo, tomou a iniciativa de participar e identificou imediatamente 2 unhas pintadas. Contudo, a sua justificação não foi clara, no que refere à forma como pensou, já que referiu que via “duas pintadas mas depois não acabaram”. Apesar de tudo, indicia o recurso ao *subitizing*. Relativamente ao número de unhas que faltavam pintar a aluna disse que eram 8, no entanto, apesar de ter identificado corretamente a quantidade em causa, procurou fundamentar o resultado encontrando uma forma de obter o número 8, não necessariamente associada ao contexto. Concentrada a olhar para os seus dedos referiu:


Carla: É 6 menos 1.

Investigadora: Se tenho 6 tiro 1 ficam?

Carla: 5... é 9. 9-1. (a aluna levantou 9 dedos e baixou 1)

A Carla sabia que a imagem tinha 8 unhas por pintar mas, com a solicitação de uma explicação encontrou uma expressão equivalente, subtraindo 1 a 9, usando como modelo os dedos das mãos. Estamos neste caso perante a utilização da relação *menos um do que*, no entanto sem associação à imagem.

Após a realização da componente individual da tarefa, a Carla foi questionada relativamente aos registos que efetuou para justificar o número de unhas pintadas e o número de unhas por pintar. A resolução da primeira proposta pode ser observada na Figura 65:





	Quantas  contas?	Quantas  contas?
	$3 + 2 = 5$	$3 + 2 = 5$

Figura 65. Registo da Carla na resolução da tarefa 1 (imagem 1)

Apesar de os cálculos apresentados constituírem uma decomposição adequada do número 5, tratou-se de um facto que a Carla memorizou e que não correspondia à forma como pensou:

Investigadora: Olhando para esta imagem quantas unhas estão pintadas?

Carla: 5.

Investigadora: Como é que viste que estavam 5?

Carla: Porque já sabia.

Investigadora: Já sabias? Mas já sabias o quê?

Carla: Que as mãos eram 5.

Investigadora: Que tinham 5 dedos é isso?

Carla: Sim.

Como se pode verificar a aluna disse de forma instantânea que estavam 5 unhas pintadas e 5 por pintar, mobilizando assim o *subitizing* percetual. Revelou um reconhecimento imediato do número pelo facto de os dedos das mãos constituírem um modelo de contagem de referência. Contudo, quando confrontada com os seus registos, referiu que “queria fazer a conta”, mostrando que a visualização não é por si validada como uma forma de justificação neste contexto.

Na segunda imagem usou o *subitizing* conceptual já que visualizou o número 7 como sendo composto por duas partes reconhecidas de imediato, o 5 e o 2 (Figura 66):

Carla: Vi logo que tinha aqui 5 numa mão e aqui tem mais dois dedos noutra mão e eram 7.

Este modo de ver a figura traduziu-se na expressão numérica  $5+2$ . No que respeita ao número de unhas por pintar a Carla respondeu imediatamente que faltavam 3 unhas (*subitizing* percetual) pois, segundo ela, “já sabia que eram 3 sem contar”. A aluna reforçou que, apesar de ter visto de imediato essa quantidade, conseguia usar outras formas de contar para tornar o seu raciocínio mais explícito.

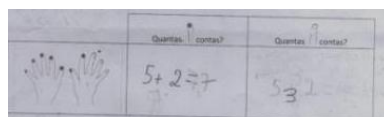


Figura 66. Registo da Carla na resolução da tarefa 1 (imagem 2)

Para o número de unhas que estavam pintadas na terceira imagem a Carla apresentou na sua folha de registo um cálculo (Figura 67), apesar de ter referido que “já sabia que era 3 mas quis fazer a conta”, como forma de justificar a sua resposta.

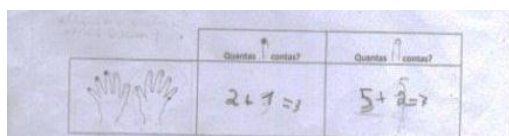


Figura 67. Registo da Carla na resolução da tarefa 1 (imagem 3)

Neste caso, a aluna efetuou a decomposição do 3 em  $2+1$ , não sendo no entanto o modo como ela descobriu o número de unhas pintadas. Quando entrevistada, a Carla disse imediatamente que via 3 unhas pintadas, evidenciando um raciocínio associado ao *subitizing* percetual. Não fez qualquer referência à expressão numérica que registou o que significa que não a associou à imagem. No que respeita ao número de unhas por pintar, referiu que tinha visto 2

unhas numa mão e 5 noutra (*subitizing* conceptual), tendo-se baseado no contexto visual para chegar ao número 7 (Figura 67), decompondo-o em duas partes associadas aos dois conjuntos de dedos. Na discussão em grande grupo procurou propor outras formas de calcular o número de unhas por pintar e o número de unhas pintadas, recorrendo a factos numéricos conhecidos. Sabendo quantas unhas brancas estavam na imagem usou relações parte-parte-todo para sugerir decomposições do número 7:

Carla: Eu sei uma das vermelhas (queria propor um cálculo para o número de unhas brancas mas disse vermelhas por isso reformula). É das brancas!  $4+3$ .

Investigadora:  $4+3$  quanto é?

Carla:  $4+3$  é 7. E das vermelhas é na mesma  $1+2$ .

Para a quarta imagem a Carla começou por ver 5 unhas numa mão e 4 noutra, tendo registado a expressão  $5+4$  (*subitizing* conceptual) (Figura 68).

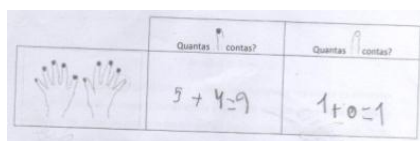


Figura 68. Registo da Carla na resolução da tarefa 1 (imagem 4)

Na entrevista mostrou alguma insegurança pois, quando questionada sobre quantas unhas estavam pintadas, recorreu à contagem um a um para dar a resposta correta, dizendo “contei-as”. Neste caso, o conhecimento da sequência numérica e a capacidade para efetuar a correspondência termo a termo permitiram que a aluna respondesse com maior assertividade, apesar de a estratégia inicial ser igualmente válida. Na discussão em grande grupo a Carla abstraiu-se do contexto visual, recorrendo a relações parte-parte-todo para efetuar decomposições. Por exemplo, decompôs o 9 em agrupamentos de 2 dedos até atingir o número pretendido. Não tendo grupos de 2 suficientes adicionou mais um dedo. Estas decomposições propostas pela aluna processaram-se num plano estritamente numérico tendo em vista a obtenção do 9. A Carla fez ainda referência à expressão  $9+0$ , pois “o zero não existe”, ou seja, não altera o resultado, tendo assim usado o conceito de elemento neutro da adição.

Relativamente à unha que faltava pintar a Carla referiu que “sabia que era um então pus uma conta  $1+0$  que dava um porque o zero não existe”. Optou por registar esta expressão para suportar a sua justificação, no entanto na base do seu raciocínio esteve o *subitizing* perceptual, identificando imediatamente a quantidade em causa.

Para a última imagem (Figura 69) a aluna disse que “já sabia mas quis fazer a conta. Pus  $2+2$  que é 4”. Apesar de ter apresentado esta expressão, não evidenciava a forma como pensou já que, quando questionada na entrevista, acabou por referir que identificou as 4 unhas visualmente

e sem usar cálculos. Relativamente ao número de unhas por pintar, apresentou um cálculo que justificou dizendo que “foi porque  $5+1$  é 6” (Figura 69).

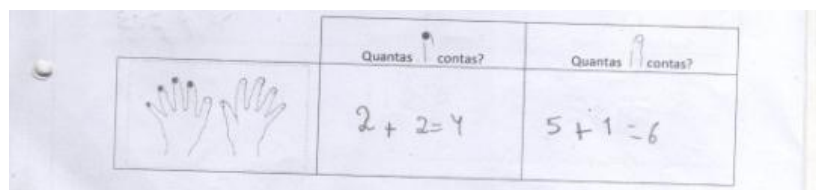


Figura 69. Registo da Carla na resolução da tarefa 1 (imagem 5)

A aluna recorreu a um facto específico para justificar o número de unhas por pintar, mas a estratégia usada para chegar ao resultado pretendido foi o *subitizing* perceptual já que na entrevista disse que eram “6 e não contei nem nada”.

Face ao que é apresentado verifica-se que mobilizou conhecimentos prévios associados a factos memorizados para justificar o *subitizing* perceptual. Por outro lado, evidenciou o *subitizing* conceptual quando se verificou a conjugação de unhas pintadas ou por pintar nas duas mãos. De uma forma não muito evidente recorreu à modelação com os dedos para decompor a quantidade pretendida e por outro uma subtração. Fez igualmente referência ao elemento neutro na adição. É de focar que nem sempre se expressou de um modo claro.

## Tarefa 2: Quantos viste?

Nesta sessão a Carla esteve participativa, destaca-se contudo que nem sempre os registos apresentados refletiram o seu raciocínio. Aquando da exploração da primeira moldura, representou os círculos observados, respeitando a sua disposição espacial. O registo relativo ao modo como contou remetia para contagem um a um (Figura 70).

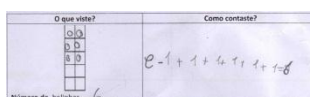


Figura 70. Registo da Carla na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 1)

A expressão foi justificada pela aluna que salientou a necessidade de se apoiar numa estratégia matematicamente válida:

Investigadora: Aqui tu colocaste  $1+1+1+1+1+1$ . Por que colocaste isso assim?

Carla: Porque dava.

Investigadora: Porque dava?

Carla: Porque dava  $1+1+1$  até chegar a 6.

Apesar de ter apresentado estes registos, na entrevista disse imediatamente, que na moldura estavam 6 círculos. A Carla evidenciou ainda o reconhecimento do zero como elemento neutro da adição para justificar o número de círculos:

Carla:  $6+0$ .

Investigadora:  $6+0$ ? Por que colocaste o zero?

Carla: Porque sim. Porque o zero não existe.

Na discussão em grande grupo fez referência a outra forma de ver os círculos,  $2+2+2$ , situação que foi modelada pela Carla com os dedos, à medida que ia verbalizando o cálculo. Esta estratégia remete para o estabelecimento de relações parte-parte-todo, com base no contexto visual: *subitizing* conceptual.

Relativamente à moldura que foi visualizada em seguida, a Carla efetuou o registo respeitando a disposição espacial apresentada, bem como a quantidade observada (Figura 71).

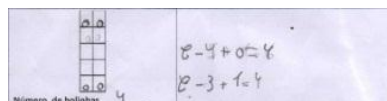


Figura 71. Registo da Carla na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 2)

Comparando o registo com o raciocínio evidenciado na entrevista, verificou-se incoerência, uma vez que usou o *subitizing* percetual ao responder imediatamente “4”. Quando foi questionada se havia mais alguma forma de ver o número de círculos, a aluna identificou horizontalmente os conjuntos de dois, emergindo o *subitizing* conceptual. No seu registo constava a expressão  $3+1$ , situação que constituía uma expressão numérica que remetia para a decomposição do número 4, sem o apoio do contexto visual, assim como a expressão  $4+0$ , tendo usado novamente o conhecimento do elemento neutro da adição. Desta forma, nos dois casos, as expressões registadas não tinham uma associação direta à imagem e ao raciocínio verbalizado.

Após a apresentação da moldura seguinte, a Carla efetuou o registo (Figura 72).

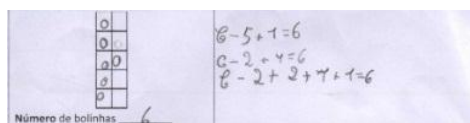


Figura 72. Registo da Carla na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 3)

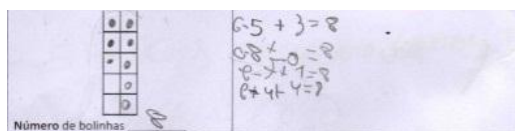
Na entrevista, apoiou o seu raciocínio na contagem um a um, dizendo “1+1, mais 1, 3 uns, e depois mais um, mais um e mais outro um (apontou para os círculos na moldura). 1, 2, 3, 4, 5, 6”. Esta estratégia de contagem não foi evidenciada no registo. Quando questionada sobre outras formas de contar, emergiu o *subitizing* conceptual, através da identificação de três conjuntos de 2 (Figura 73).



Figura 73. Registo apresentado pela Carla na entrevista (moldura 3)

Esta estratégia surgiu também associada à expressão  $2+4$ , tendo a Carla justificado “ $2+4$ , estes 4 são um grupo e estes 2 são outro grupo”. No caso da expressão  $5+1=6$ , a aluna identificou os 5 círculos que estavam na primeira coluna juntando-lhes o da segunda, usando a *contagem a partir de* associada ao *subitizing*. Na discussão em grande grupo, a modelação com os dedos foi também uma estratégia usada para representar e verificar a decomposição do número 6 em  $2+2+1+1$ , situação que foi por si registada.

Na moldura seguinte, representou com rapidez o número de círculos efetuando os respetivos registos (Figura 74).



**Figura 74.** Registo da Carla na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 4)

Na entrevista, quando questionada sobre outras formas de ver os círculos, respondeu:

Carla: Das contas é  $5+3$ .

Investigadora:  $5+3$ . Como é que tu viste?

Carla: Já sabia.

Investigadora: Mas onde é que está o 5 nessa imagem?

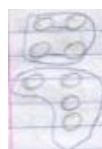
Carla: Isto tudo (apontou para a segunda coluna) é o 5 e isto aqui é a outra forma (apontou para a primeira coluna) que é o 3.

Deste modo, a aluna acabou por evidenciar o *subitizing* conceptual, através da identificação dos grupos dispostos verticalmente. Por outro lado, a Carla marcou inicialmente o conjunto de 6, e depois rodeou o conjunto de 2, dizendo “7, 8” (Figura 75), conjugando novamente o *subitizing* com a *contagem a partir de* que se traduziu na expressão  $6+2$ .



**Figura 75.** Registo apresentado pela Carla na entrevista (moldura 4)

A aluna fez ainda alusão à expressão  $4+4$  tendo efetuado a representação da disposição para fundamentar o seu raciocínio (Figura 76). Contou o primeiro conjunto um a um, referindo “4.  $4+4$ , 8”, sem necessitar de contar o segundo conjunto, associando desta forma a contagem um a um com o *subitizing* perceptual.



**Figura 76.** Registo apresentado pela Carla na entrevista (moldura 4)

Como em situações anteriores, registou também a expressão  $8+0$ , facto básico já seu conhecido. Relativamente à expressão numérica  $7+1$ , apesar da Carla a ter registado, não a associou à moldura.

A disposição do número 7 visualizada seguidamente, foi facilmente representada pela aluna que propôs diversas expressões numéricas para a mesma (Figura 77).



Figura 77. Registo da Carla na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 5)

Aquando da entrevista, a Carla contou os círculos um a um, tendo indicado, contudo, outras formas de ver o 7. Apontou para diferentes grupos, tendo-se traduzido na expressão  $3+3+1$ , conjugando o *subitizing* conceptual com a modelação com os dedos. Evidenciou novamente o *subitizing* conceptual referindo as expressões  $4+3$  e  $3+4$ . Neste caso, percebeu a equivalência das expressões referindo “porque dá a mesma coisa”, o que mostrou a apropriação da propriedade comutativa da adição. No entanto, destacou que a ordem dos fatores representa uma disposição diferente dos círculos (Figura 78).

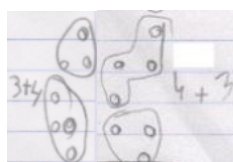


Figura 78. Registo apresentado pela Carla na entrevista (moldura 5)

As expressões  $6+1$ ,  $2+2+3$  e  $7+0$  surgiram de factos específicos, sem suporte do contexto visual. Na discussão em grande grupo, a Carla fez ainda referência à expressão  $2+5$ , situação que com facilidade associou à moldura através do *subitizing* conceptual.

Na última moldura, tal como nas anteriores, efetuou facilmente o registo (Figura 79).

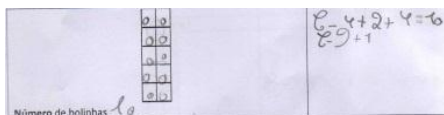


Figura 79. Registo da Carla na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 6)

As expressões numéricas apresentadas não correspondiam à forma como tinha pensado pois, na entrevista e na discussão em grande grupo, evidenciou o *subitizing* percetual:

Investigadora: Quantas estão aí?

Carla: 10.

Investigadora: Como é que tu sabes que estão 10?

Carla: Já sabia que era 10 e isto tudo (apontou para a moldura) é até 10.

Ainda na entrevista, a aluna referiu que “há muitas (maneiras de obter 10). Já sei duas, 6+4, 10, 5+5, 10”. Face ao que foi dito pela aluna é possível constatar que, apesar de ter evidenciado o *subitizing* percetual, associou uma série de combinações já memorizadas que lhe permitiam obter 10. Posteriormente procurou associar à moldura essas expressões (Figura 80).



Figura 80. Registro apresentado pela Carla na entrevista (moldura 6)

A tarefa teve continuidade no dia seguinte e envolveu a visualização das molduras e a formulação de uma representação que refletisse a relação *mais dois do que*. Neste sentido, começa-se por analisar as estratégias e dificuldades emergentes da visualização das molduras e posteriormente o estabelecimento da relação *mais dois do que*.

No que concerne às molduras visualizadas (Figura 81), a Carla conseguiu representar a quantidade de círculos pretendida e respeitar a sua disposição espacial.

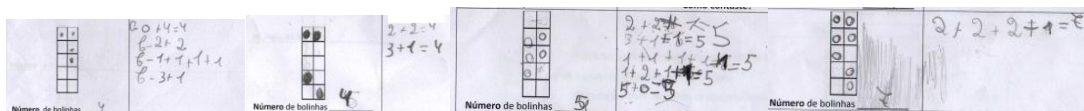


Figura 81. Registos da Carla referentes às molduras visualizadas na segunda parte da tarefa 2

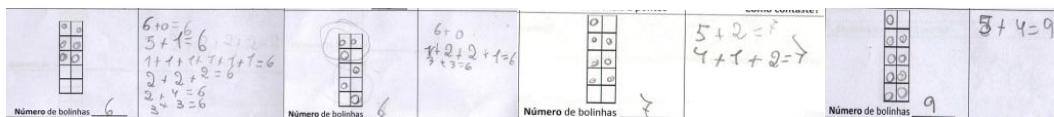
A entrevista permitiu evidenciar algumas incoerências entre os registos apresentados pela aluna e a forma como pensou. Na primeira e segunda molduras evidenciou o *subitizing*, percetual e conceptual, apesar de ter registado no primeiro caso uma expressão que remetia para a contagem um a um.

Face à disposição apresentada na terceira moldura, a aluna referiu imediatamente a quantidade em questão evidenciando o *subitizing* percetual. Apesar disso, na entrevista efetuou a contagem um a um. Algumas das expressões numéricas sugeriram também o *subitizing* conceptual, como 2+2+1 e o 4+1. As expressões 3+1+1, 1+2+1+1 e 5+0, que não foram referidas na entrevista nem na discussão em grande grupo, remetem para modos de decompor os números sem associação à disposição apresentada.

Tal como na situação anterior, face à quarta moldura, a Carla efetuou a contagem um a um. No entanto, quando questionada se havia mais alguma forma de contar, identificou um conjunto de 5 e um conjunto de 2, tendo em atenção a disposição dos círculos, emergindo o *subitizing* conceptual. Na primeira, terceira e quarta molduras a Carla usou ainda o conhecimento do zero enquanto elemento neutro da adição, tendo efetuado o registo que evidenciou esta propriedade.



No que concerne às representações que refletiam a relação *mais dois do que*, a Carla não demonstrou dificuldades em descobrir as quantidades pretendidas (6, 7 e 9), nem em representar disposições espaciais correspondentes a essas quantidades (Figura 82). Destaca-se que nos primeiros três casos manteve a disposição dos círculos, apresentada inicialmente, tendo apenas acrescentado mais dois.



**Figura 82.** Registos da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 2 (*mais dois do que*)

Para a primeira e quarta molduras a Carla chegou ao resultado usando o *subitizing* perceptual. Relativamente à quarta moldura, a emergência do *subitizing* foi justificada da seguinte forma na entrevista:

Carla: Já sabia. Eram 9 porque se fosse 10 tinha de ter outra bolinha azul.

Tal evidencia o estabelecimento de uma relação do tipo *menos um do que* tendo o 10 como valor de referência.

O *subitizing* conceptual surgiu na primeira, segunda e terceira molduras. Nestes casos apresentou decomposições dos números envolvidos em partes identificadas visualmente nas respetivas molduras.

Outra estratégia que emergiu no trabalho da aluna foi a contagem *a partir de* associada ao *subitizing* perceptual, em particular na primeira e na terceira molduras. Um dos conjuntos era identificado visualmente e de forma imediata, continuando posteriormente a contagem a partir desse número (e.g.  $5+1$  e  $2+1+1+1+1+1$ ).

A Carla procurou igualmente associar expressões numéricas que permitiam decompor cada um dos números, mas sem preocupação com a sua associação à respetiva representação. Esta situação evidenciou-se na terceira e quarta molduras

Na segunda e quarta molduras a Carla apoiou-se ainda no conhecimento do zero enquanto elemento neutro da adição para justificar a quantidade representada, o que denota a importância do contexto numérico para justificar e validar os seus raciocínios.

### Tarefa 3: A Rua dos Números Perdidos

Aquando da extração do número 5, a Carla arrumou de imediato os círculos, de forma padronizada, procedendo ao respetivo registo (Figura 83). A forma como a aluna distribuiu os elementos na moldura é facilmente associada à expressão numérica que apresentou:

Investigadora: Como é que viste as 5 bolas?

Carla: 1, 2, 3, 4 (a aluna apontou para as bolinhas com o lápis) mais um.  $4+1$ .

Para salientar o que viu, destacou os 4 círculos numa disposição quadrangular deixando um isolado.

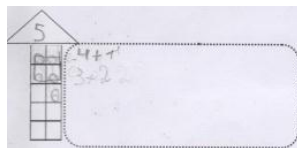


Figura 83. Registo da Carla na resolução da tarefa 3 (número 5)

Apesar de na entrevista ter mobilizado a contagem um a um, estabeleceu um paralelismo entre a representação na moldura e a expressão numérica, destacando a relação *mais um do que*. Com base na mesma representação do 5, a Carla registou a expressão  $3+2$ , tendo usado um traço para destacar um grupo de 3 e outro para destacar um grupo de 2. No entanto, baseou-se num facto numérico conhecido, para decompor o 5, tendo depois procurado identificar os subconjuntos na representação (Figura 84).

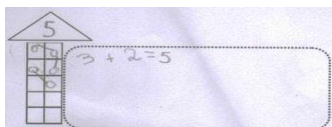


Figura 84. Registo da Carla na resolução da tarefa 3 (número 5)

Em seguida, pretendia-se a representação do número 8 que foi retirado do saco pela Carla. A aluna colocou os círculos na moldura e fez o respetivo registo (Figura 85).

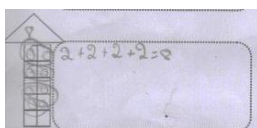


Figura 85. Registo da Carla na resolução da tarefa 3 (número 8)

A Carla distribuiu os círculos de forma padronizada, destacando, através da expressão numérica e do registo pictórico, grupos de 2 na horizontal à medida que ia verbalizando “ $2+2+2+2$ ”. Identificou uma relação parte-parte-todo, derivada da visualização da moldura. Aquando da discussão em sala de aula, manifestou vontade em registar a sua proposta no quadro. Para suportar o seu raciocínio recorreu à modelação com os dedos, formando conjuntos de 2 elementos, tal como tinha visto na moldura. Para justificar a Carla colocou 2 dedos em cima de cada par de bolinhas e disse “tem aqui  $2+2+2+2$ ” (Figura 86).



*Figura 86* Registro da Carla na resolução da tarefa 3 – discussão em grande grupo (número 8)

A aluna também mencionou a expressão  $1+1+1+1+1+1+1+1$ , apontado para cada um dos círculos, identificando outra forma de obter 8. Apresentou assim uma expressão que remetia para a contagem um a um. A Carla propôs ainda outra representação do número 8 (Figura 87) na moldura, desta vez com os círculos distribuídos de forma mais aleatória, tendo gerado diferentes expressões numéricas.



*Figura 87.* Representação apresentada pela Carla na tarefa 3 (número 8)

Carla:  $8+0$ .

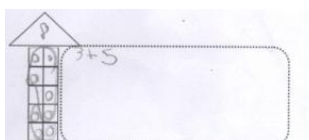
Investigadora: Não estou a perceber. O que é que tu vês aqui na moldura?

Carla: 8.

Investigadora: E como é que tu viste aqui o 8?

Carla: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (a aluna apontou para os círculos à medida que ia contando).

Esta fundamentação revela incoerência entre a representação na moldura e a expressão numérica formulada, tendo na verdade baseado o seu raciocínio na contagem um a um. Destaca-se ainda que representação apresentada não se associa à expressão  $8+0$ , tratando-se de um facto específico conhecido da aluna. Tendo por base a mesma representação, formulou a expressão numérica  $3+5$  (Figura 88). Na sua explicação, identificou o número 5 contando um círculo de cada vez, tendo rodeado o conjunto e posteriormente salientou um conjunto com 3 círculos.



*Figura 88.* Registro da Carla na resolução da tarefa 3 (número 8)

Houve uma tentativa de associar a expressão numérica à figura, localizando as partes que constituíam o todo, embora fosse expectável a formação de outros conjuntos menos aleatórios. A Carla partiu assim da expressão para a representação na moldura. Contudo, na discussão em sala de aula, a aluna observou uma disposição das partes (5 e 3) diferente da anterior e mais intuitiva visualmente, permitindo reconhecer mais facilmente os dois conjuntos (Figura 89).



*Figura 89.* Registo da Carla na resolução da tarefa 3 - discussão em grande grupo (número 8)

A aluna fez ainda referência à expressão  $4+4$ , identificando na moldura dois conjuntos de 4 dizendo “ $4+4$  é 8”. Deu assim significado à nova expressão que encontrou, embora um dos conjuntos de 4 fosse mais padronizado do que o outro (Figura 90)



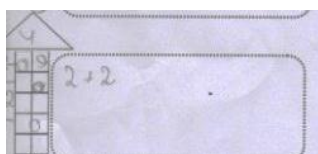
*Figura 90.* Registo da Carla na resolução da tarefa 3 (número 8)

O terceiro disco retirado do saco correspondeu ao número 4. A Carla arrumou então os círculos na moldura (Figura 91). Posteriormente foi questionada:

Investigadora: Carla, tu aqui colocaste  $2+2$ .

Carla: Isto é 2 (apontou para o conjunto de 2 disposto na horizontal) e isto tudo é 2 (referiu-se ao conjunto na vertical).

Com o registo que a aluna efetuou seria expectável que formulasse a expressão  $3+1$ . Como sucedeu em casos anteriores, a Carla associou a expressão numérica representativa do 4 aos conjuntos na moldura, após a sua formulação, procurando dois conjuntos de 2.



*Figura 91.* Registo da Carla na resolução da tarefa 3 (número 4)

Apresentou ainda a expressão numérica  $4+0$  como alternativa, envolvendo o reconhecimento do zero enquanto elemento neutro da adição, que, embora tenha validade em contexto numérico, não é sugerida pelo contexto.

Na discussão em grande grupo, a aluna recorreu ao número 10, enquanto valor de referência, para obter o 4, recorrendo novamente a factos específicos associados ao contexto exclusivamente numérico. Inicialmente olhou para a moldura e depois para os dedos e baixou 6:

Investigadora: O que estás a pensar?

Carla: Tenho 10, tiro 6, ficam 4 (a aluna escreveu no quadro o cálculo)

Investigadora: Mas olhando para a imagem como chegaste lá?

Carla: Tinha 10, tirei 6, ficaram 4.



*Figura 92.* Registo da Carla na resolução da tarefa 3 - discussão em grande grupo (número 4)

Face à disposição apresentada a Carla estabeleceu uma relação do tipo menos do que, situação que para a aluna não era imediatamente evidente, tendo usado inicialmente os seus dedos para modelar a situação e depois associado a expressão numérica 10-6, usando assim o 10 como valor de referência. Tal situação pode dever-se ao facto de se tratar de uma disposição mais aleatória (Figura 92).

Para o número 9, a aluna começou a retirar os círculos que tinha na moldura e, à medida que os foi colocando de novo, contou-as.

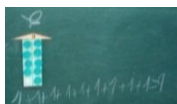
Investigadora: Quantas bolinhas estão aí?

Carla: Estão 9.

Investigadora: Como viste 9?

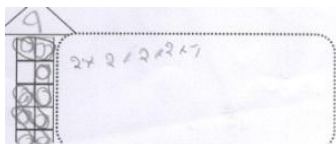
Carla: contei-as.

Esta evidência verificou-se pela ação da aluna, sendo a contagem um a um traduzida na expressão numérica  $1+1+1+1+1+1+1+1+1$  (Figura 93).



*Figura 93.* Registo da Carla na resolução da tarefa 3 – discussão em grande grupo (número 9)

A Carla apresentou ainda a expressão  $2+2+2+2+1$  (Figura 94) que imediatamente identificou na moldura pois, à medida que verbalizava a expressão numérica, ia colocando os dedos em cima de cada conjunto identificado.



*Figura 94.* Registo da Carla na resolução da tarefa 3 (número 9)

Quando questionada sobre a forma como havia contado referiu “ $2+2$  é 4 com mais 2, 6, mais 2, 8, mais um nove”. A Carla identificou na moldura os diferentes conjuntos evidenciados na expressão numérica.

Face ao que é apresentado a Carla conseguiu representar as quantidades pretendidas, no entanto procurou associar uma mesma disposição, na sua maioria mais padronizadas, a diversas expressões numéricas.

#### Tarefa 4: As cartas do País das Maravilhas

Após a leitura da história *A Alice no País das Cartas* (Anexo 16), passou-se para a exploração das cartas. Quando a investigadora questionou a turma acerca do conteúdo das cartas, a Carla demonstrou conhecimentos acerca das mesmas dizendo que tinham “letras e números”. Nesta tarefa, respeitou em todas as situações a quantidade visualizada, no entanto nem sempre respeitou as disposições apresentadas (cartas 7, 8 e 9) (Figura 95).

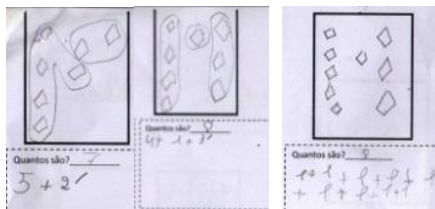


Figura 95. Registro da Carla na resolução da tarefa 4 (7, 8, 9)

Para a carta com 7 símbolos apresentou uma disposição que não correspondia à da carta, à qual associou a expressão  $5+2$ , tendo rodeado os conjuntos em questão. Para o 8, a Carla registou a expressão  $4+1+3$ , tendo rodeado os respectivos conjuntos dizendo “4 mais 1 dá 5, mais 3, 8”. Estas interpretações poderão estar associadas ao modo como a aluna dispôs os diferentes símbolos, apesar de ter respeitado a quantidade em questão. Para o número 9, para além da disposição não corresponder ao que viu, a expressão apresentada também não refletiu essa mesma disposição.

Relativamente às estratégias de contagem emergentes, da carta 1 à 5, a aluna evidenciou o *subitizing* perceptual, contudo, dos seus registos constava a expressão que remetia para a contagem um a um, estratégia que não refletiu a forma como pensou (Figura 96). A título de exemplo, na carta 2, a Carla recorreu à contagem um a um, usando os dedos, revelando incoerência entre o raciocínio e o registo efetuado.

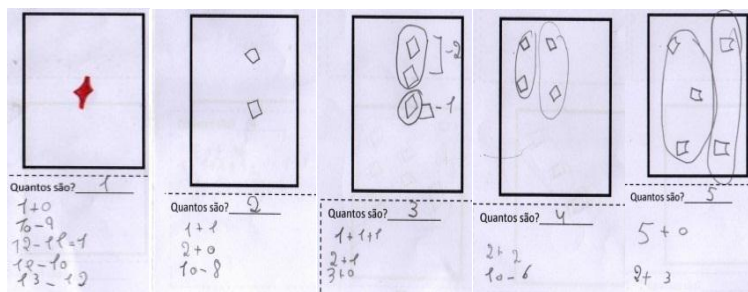


Figura 96. Registro da Carla na resolução da tarefa 4 (cartas do 1 ao 5)

A par do *subitizing* perceptual, evidenciou igualmente o conceptual nas cartas do 3 ao 10. A emergência de tal estratégia verificou-se nas marcações efetuadas nas representações apresentadas na Figura 96. As cartas 4 e 5 permitiriam que a Carla, aquando da discussão em

grande grupo, evidenciasse decomposições diferenciadas dos números: associou à carta 4 a expressão  $3+1$  e para a carta 5 propôs a expressão numérica  $3+2$  (Figura 97).



Figura 97. Registro da Carla na resolução da tarefa 4 - discussão em grande grupo (carta 5)

Relativamente à carta 6, aquando da discussão em grande grupo, a Carla modelou com os dedos o 4 e depois, com a outra mão, levantou mais dois dedos reportando-se à expressão numérica  $4+2$ , acabando por associá-la ao contexto (Figura 98). Apesar de ter evidenciado o *subitizing* conceptual, registou na sua folha uma expressão que remetia para a contagem um a um, o que era incoerente com tal estratégia (Figura 98).



Figura 98. Registos da Carla na resolução da tarefa 4 (carta 6)

Para a carta 7, apesar de ter efetuado uma representação incorreta da mesma, usou o *subitizing* conceptual quando rodeou os conjuntos dizendo “ $4+3$ , 7” (Figura 99). Para as cartas 8 e 9 procedeu de forma similar.



Figura 99. Registro da Carla na resolução da tarefa 4 - entrevista (carta 7)

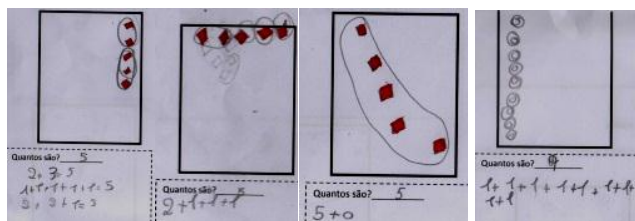
Relativamente à carta 10, apresentou duas expressões iguais,  $5+5$  (Figura 100). Segundo a Carla “são dois do 10” pois o símbolo do meio era diferente. Por outro lado, aquando da discussão em grande grupo, reconheceu duas disposições padronizadas do número 5, tendo-as associado à expressão atrás referida. Assim, face à mesma expressão numérica a aluna apresentou diferentes visualizações do 10, mobilizando o *subitizing* conceptual.



Figura 100. Registro da Carla na resolução da tarefa 4 (carta 10)

Nas cartas 1, 2, 4, 5, 6 e 9 a Carla mobilizou o seu conhecimento de factos específicos associados à subtração. Nestes casos usou os dedos para modelar essas situações e validar o raciocínio. Para a carta 1, apesar da emergência do *subitizing* percetual, propôs expressões derivadas de factos numéricos desligados do contexto (e.g. 10-9, 12-11, 13-12). Para a carta 2 registou a expressão 10-8, demonstrando a sua validade dizendo “pus 10 e tirei 8, ficaram 2 (mostrou 10 dedos e baixou 8)”. Por fim, para as cartas 1, 2, 3, 5, 8 e 10 a Carla usou o conhecimento do zero enquanto elemento neutro da adição.

Na segunda parte da tarefa, *Vamos inventar cartas novas*, foi proposto que os alunos efetuassem a representação de alguns números, que seriam sorteados, e registassem a estratégia de contagem usada. Foram propostos os números 5, 9, 10 e 4. A Carla conseguiu representar os números em causa tendo privilegiado disposições lineares (Figura 101), apesar de ter evidenciado outras.



**Figura 101.** Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (disposições lineares)

A Carla fez uma representação linear para o 5 e registou diferentes expressões numéricas, sendo duas delas associadas à figura e com base no *subitizing* conceptual,  $2+3$  e  $2+2+1$ , e outra associada à contagem um a um. A aluna desenhou outra disposição linear mas na horizontal, dizendo “esta é parecida com esse mas não é (a aluna estava a referir-se à disposição anterior) aqui é  $2+1+1+1$ ” (Figura 101). Para justificar a quantidade representada disse “2, 3, 4, 5”, tendo recorrido à contagem *a partir de*. Face à disposição seguinte, a investigadora questionou porque estava o conjunto rodeado, ao que a Carla disse “é o 5 mais o zero, 5” (Figura 101). A aluna acabou por recorrer ao elemento neutro da adição para justificar o seu raciocínio. No caso do 9, uma vez que a disposição era linear, não permitiu que a aluna encontrasse algum tipo de padrão o que fez com que usasse a contagem um a um (Figura 101).

As disposições lineares também foram associadas a outras disposições padronizadas, por exemplo triangulares (Figura 102). Neste caso, a aluna decompôs o 9 em conjuntos de 3 dizendo “ $3+3+3$  é igual a 9”, conjugando o *subitizing* com a contagem *a partir de*.





**Figura 102.** Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 9)

Numa tentativa de fazer uma disposição retangular, a Carla decompôs o 9 em conjuntos de 2 que foram identificados através do *subitizing* percetual e que estavam dispostos linearmente (Figura 103), tendo registado a expressão  $2+2+2+2+1$ . Usou a contagem por saltos de 2 em 2 tendo em atenção a representação.



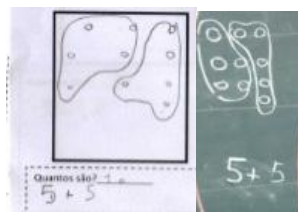
**Figura 103.** Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 9)

Por outro lado, a disposição retangular surgiu associada aos números 10 e 4. Para o número 10, a aluna desenhou uma disposição retangular para o 9, registando a expressão numérica  $9+1$  (Figura 104), tendo-se traduzido num facto específico, o dobro. Para demonstrar que o conjunto retangular tinha 9 elementos, a aluna referiu “1, 2, 3, mais 3, 6, mais outro 3, 9 e depois mais 1, 10”. A disposição dos conjuntos de 3 facilitou a contagem por saltos de 3 em 3.



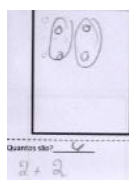
**Figura 104.** Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 10)

Tendo por base a disposição retangular fez a decomposição do número 10 em dois conjuntos de 5 (Figura 105). Evidenciou o *subitizing* conceptual dizendo “tem aqui estes 5, mais 5, 10”. Contudo a disposição apresentada não evidenciava tal visualização. Aquando da discussão em grande grupo a Carla desenhou a mesma disposição de uma forma faseada tendo efetuado o desenho do primeiro conjunto contando um a um e depois rodeado, procedendo da mesma forma para o outro conjunto. Tal levou a uma visualização diferenciada dos conjuntos (Figura 105).



**Figura 105.** Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 10)

O número 4 foi representado numa disposição retangular à qual a Carla associou a expressão numérica  $2+2$ , tendo por isso usado o *subitizing* conceptual (Figura 106).



**Figura 106.** Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 4)

A Carla representou o número 5 mobilizando o conhecimento de uma disposição padronizada que estava associada às cartas, contexto seu conhecido (Figura 107). Neste sentido a investigadora chamou a atenção para o facto de ter desenhado uma disposição já conhecida, mas a Carla disse “é diferente pois tem estes e este.” A investigadora solicitou que a aluna clarificasse a sua resposta ao que ela respondeu “tem aqui este grupo com 4, mais este com 1” (Figura 107). Neste sentido a aluna associou o *subitizing* conceptual.



**Figura 107.** Registo da Carla na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 5)

Apesar de não ter efetuado esse registo, a Carla recorreu também aos dedos para modelar subtrações de modo a obter 5. Para os números 4, 5 e 10 a aluna usou o zero como elemento neutro da adição tendo associado essa expressão a uma disposição linear e retangular.

### **Tarefa 5: Cartas com pintas**

Na fase inicial da tarefa, quando as cartas foram distribuídas, a aluna foi capaz de facilmente identificar visualmente algumas das quantidades representadas, como o 1, o 2 ou o 3, dizendo que esses números estavam lá. Por outro lado, conseguiu identificar três cartas representativas do número 3. Verificou-se, nestes casos, que a aluna se socorreu do *subitizing* percetual para identificar pequenas quantidades.

Depois desta exploração a investigadora propôs a procura dos números 5, 9 e 4. A Carla optou por uma disposição padronizada para o 5, semelhante à do dominó, uma disposição com características retangulares para o 9 e uma disposição linear para o 4 (Figura 108).

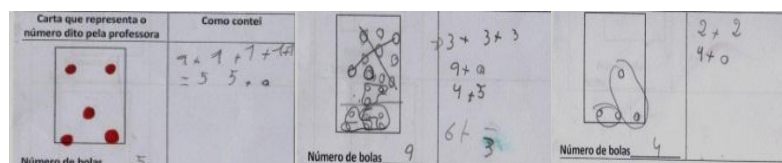


Figura 108. Registos da Carla na resolução da tarefa 5

No caso do número 5, foi evidente a mobilização dos seus conhecimentos relativamente aos jogos como o dominó ou as cartas e a consequente emergência do *subitizing* percetual:

Investigadora: Quantas pintas estão?

Carla: 5

Investigadora: Como sabes que estão 5?

Carla: Vi logo.

Apesar da utilização desta estratégia, o registo não a evidenciou já que remetia para a contagem um a um (Figura 108). Aquando da entrevista usou ainda o *subitizing* conceptual, decompondo visualmente o número em 2+1+2 (Figura 109). Com base na mesma imagem reconheceu ainda um conjunto de 2 pintas dispostas na horizontal e um conjunto de 3 dispostas num arranjo triangular.

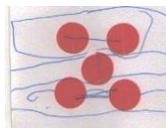
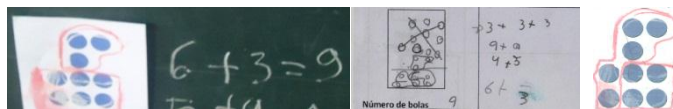


Figura 109. Registo da Carla na resolução da tarefa 5 - entrevista (número 5)

A disposição apresentada pela Carla para o 9 recaiu numa disposição retangular conjugada com uma disposição triangular. A rasura apresentada na sua folha de registo deveu-se à dificuldade sentida em desenhar este arranjo. Apesar disso, a disposição em questão permitiu a mobilização do *subitizing* conceptual, através da expressão 6+3, pois estavam “6 em baixo e 3 em cima”. Aquando da discussão em grande grupo para justificar a validade dessa expressão, apoiou-se nos dedos “6 (mostrou 6 dedos) 7, 8, 9 (levantou os restantes dedos)” (Figura 110). À modelação com os dedos a Carla associou a contagem a partir de. Também decompôs visualmente o número em conjuntos de 3 como se pode constatar no registo (Figura 110). Por outro lado referiu “tenho 5+4” ao mesmo tempo que mostrava essas quantidades com os dedos. Neste caso acabou por associar uma expressão numérica que lhe permitiria decompor o número, estabelecendo assim relações parte-parte-todo (Figura 110).



**Figura 110.** Registos da Carla na resolução da tarefa na tarefa 5 (número 9)

Para o número 4 registou a expressão  $2+2$  evidenciando novamente o *subitizing* conceptual (Figura 108).

A Carla utilizou factos específicos relacionados com a subtração e números de referência.

Esta situação verificou-se para o número 5 aquando da discussão em grande grupo:

Investigadora: Há mais alguma forma de ver o número de pintas?

Carla: 10-5. Tenho 10, tiro 5, 5 (mostrou as duas mãos, baixando 5 dedos)

Investigadora: Quantas pintas estão aí?

Carla: 5.

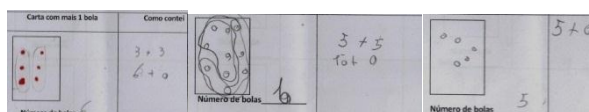
A aluna recorreu ao 10 como valor de referência que associou ao número de dedos das duas mãos. De uma forma transversal, em toda a tarefa, a Carla registou expressões que remetiam para o reconhecimento do zero como elemento neutro na adição pois, segundo ela, “o zero não existe mas conta-se”.

Na procura de cartas com mais uma pinta, a Carla foi capaz de estabelecer relações do tipo *mais um do que*, não só através das cartas escolhidas mas também da sua resposta quando a investigadora questionou a turma:

Investigadora: Se a carta anterior tinha 5, a segunda carta tem de ter mais uma pinta. Quantas tem de ter?

Carla: 6

No estabelecimento desta relação numérica a Carla privilegiou disposições retangulares para o 6 e para o 10, e para o número 5 uma disposição com características lineares (Figura 111).



**Figura 111.** Registos da Carla na resolução da tarefa 5 (*mais um do que* – 6, 10 e 5)

As três disposições potenciaram a emergência do *subitizing* conceptual. Relativamente ao número 6, a expressão numérica  $3+3$  evidenciou essa estratégia, acabando a Carla por rodear os conjuntos, como se pode ver no seu registo (Figura 111). Para o número 10 o *subitizing* conceptual evidenciou-se no registo da expressão  $5+5$ , apesar desses conjuntos não estarem muito evidentes na disposição (Figura 111):

Investigadora: Tu colocaste  $5+5$  igual a 10. Como é que tu sabes que  $5+5$  é igual a 10?

Carla: Porque vi aqui.

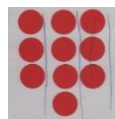
Investigadora: Viste aí?

Carla: Vi aqui e já sabia.

Investigadora: Onde viste o  $5+5$ ?

Carla: Estes 5 mais estes 5.

Aquando da entrevista identificou os conjuntos dispostos na vertical dizendo, ao mesmo tempo que efetuava a divisão “3, 4, 3”, que segundo ela dava 10 (Figura 112). Como forma de demonstrar o resultado disse “3, isto é o 3. 4, 5, 6, 7, mais 3, 8, 9, 10”. Apesar de ter evidenciado o *subitizing* também recorreu à *contagem a partir de*.



**Figura 112.** Registro da Carla na resolução da tarefa 5 – entrevista (mais uma pinta - 10)

Por fim, para o número 5, apesar de ter registrado a expressão  $5+0$  aquando da entrevista usou o *subitizing* conceptual, tendo rodeado os conjuntos na imagem (Figura 113):

Investigadora: Quantas bolinhas estão na imagem?

Carla: Estão 5.

Investigadora: O que marcaste aí?

Carla: Um telhado

Investigadora: O que marcaste nos conjuntos?

Carla:  $3+2$

Investigadora:  $3+2$  quanto dá?

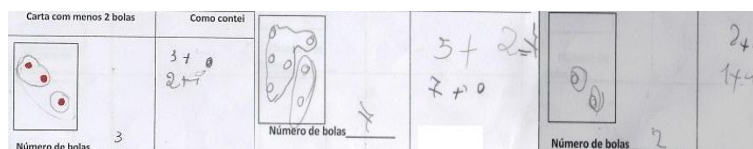
Carla: 5.

A imagem levou a aluna a estabelecer uma associação ao quotidiano, sugerindo a representação um telhado, o que a fez desenhar uma casa.



**Figura 113.** Registro da Carla na resolução da tarefa 5 – entrevista (mais uma pinta - 5)

A seleção de cartas com menos duas pintas implicou a procura dos números 3, 7 e 2. A Carla optou por disposições lineares para o número 3 e para o número 2. A disposição escolhida para o número 7 apresenta também características similares à apresentada nas cartas de jogar (Figura 114).



**Figura 114.** Registos da Carla na resolução da tarefa 5 (*menos dois do que - 3, 7 e 2*)

As cartas com três pintas e com duas pintas foram facilmente reconhecidas através do *subitizing* perceptual pois referiu “Vi logo. 1, 2, 3”. No segundo caso, apesar de ter usado essa estratégia, registou uma expressão que remetia para a contagem um a um, de forma a argumentar o resultado (Figura 114). Por outro lado, a Carla evidenciou o *subitizing* conceptual para a carta com 3 elementos através do reconhecimento visual da expressão  $2+1$ , situação por si

registada (Figura 114). Esta estratégia aplicou-se também à expressão  $5+2$  (para o número 7), situação que foi facilmente reconhecida na imagem (Figura 114). Contudo, antes de efetuar essa associação, mostrou 5 dedos numa mão e 2 dedos noutra. Após ter transposto para o contexto visual, quando verbalizou o seu raciocínio recorreu à *contagem a partir de* dizendo “tem aqui 5, 6, 7”.

É de salientar que para o número 7, aquando da discussão em grande grupo, a Carla desenhou no quadro uma disposição que não correspondia à carta por si escolhida (Figura 115). Quando lhe foi perguntado quantas pintas estavam na imagem, disse que eram 7 pois estavam  $3+2+2$ . A análise de formas alternativas de contagem levou a aluna a escrever a expressão  $5+2$ . Foi então questionada:

Investigadora: Como é que sabes que  $5+2$  dá 7?

Carla: Porque já sabia.

Investigadora: Como é que tu já sabias?

Carla: 5 (mostrou 5 dedos), 6, 7.

Apesar de ter identificado com facilidade os diferentes conjuntos, a Carla procurou associar a expressão numérica ao contexto visual mas também recorreu aos dedos, como forma de representar a quantidade, e à *contagem a partir de*.



*Figura 115.* Registo da Carla na resolução da tarefa 5 – discussão em grande grupo (menos duas pintas -7)

Face ao que é apresentado a Carla optou maioritariamente por disposições lineares. As disposições retangulares surgiram em seguida na sua preferência e, por fim, as padronizadas. Esta escolha, suscitou a emergência de estratégias de contagem como o *subitizing* percetual e conceptual. O recurso aos dedos também se verificou como uma forma de justificar o número de elementos observados, embora surgisse mais como uma forma de fundamentação. Por vezes, aliado ao *subitizing* conceptual também se apoiou na contagem *a partir de*. A contagem um a um surgiu no seu trabalho como uma forma de justificar o número de pintas identificado por *subitizing*. O recurso ao zero como elemento neutro na adição foi um registo constante, o que demonstra em parte a necessidade da Carla em apoiar-se no contexto numérico.

## Tarefa 6: Calcula com a Calculini

Na fase exploratória da tarefa a Carla mostrou-se participativa e entusiasmada. Face às peças exploradas nesta fase (Figura 116) a aluna evidenciou diferentes estratégias.

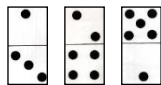


Figura 116. Peças de dominó exploradas no início da tarefa 6

Na primeira peça usou o *subitizing* perceptual ao referir que via 4 pintas. Na segunda peça procurou uma forma de justificar a quantidade representada sem ter em atenção a disposição das pintas:

Carla: É 5+2...não....

Investigadora: Quero que me digas o que estás a ver.

Carla: 5+1. Temos 4 debaixo e mais uma são 5 e o 1 é o 6.

Para a última peça recorreu ao *subitizing* conceptual tendo referido “5+1, 6”.

Quando se solicitou aos alunos que descobrissem quatro peças cuja soma das pintas fosse 12, a Carla reagiu de imediato, mostrando a peça 6/6, e disse “já descobri. 6+6 é 12”. A investigadora sublinhou a importância de ter de usar 4 peças e não apenas uma, para obter o número 12. Nesta fase, tinha espalhado as peças de dominó sobre a sua mesa. Quando a investigadora se aproximou verificou que já havia feito uma decomposição para o número 12, sendo a que acabaria por registar na sua folha (Figura 117).

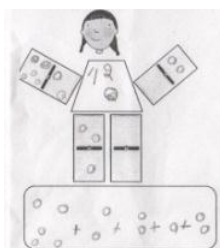


Figura 117. Registo da Carla na resolução da tarefa 6 (número 12)

A escolha destas peças assentou na tentativa e erro, situação que se evidenciou ao longo de toda a tarefa. Para explicar o que havia feito disse:

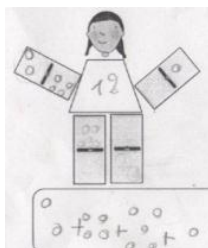
Carla: 5+2+2+2+1 é que dá 12.

Investigadora: Como sabes que dá 12?

Carla: 5+2 dá 7, com mais 3 dá 10, com mais 2 dá 12.

A Carla identificou imediatamente o número de pintas presentes nas peças através do *subitizing*, juntando parcialmente os diferentes conjuntos. Contudo, a Carla escolheu apenas 3 peças pelo que lhe foi perguntado quantas pintas deveria ter a peça em falta, ao que aluna respondeu que tinha de ser zero. Pensando noutras formas de obter o número 12, escolheu as peças 4/2, 1/0 e 4/0. Quando lhe foi pedido para mostrar como havia contado disse: “4+2 é 6 e

mais um é 7, 8, 9, 10, 11. Falta um.” A Carla apercebeu-se que precisava de mais uma pinta, pelo que substituiu a peça 4/0 pela 5/0, estabelecendo uma relação do tipo *mais um do que*. A explicação da Carla acabou por assentar na contagem *a partir de*, associada ao *subitizing*. Após essa retificação efetuou o registo (Figura 118).



**Figura 118.** Registro da Carla na resolução da tarefa 6 (número 12)

Aquando da discussão em grande grupo apresentou as suas decomposições, tendo associado as expressões numéricas correspondentes à imagem (Figura 119). No entanto, quando explicitou o seu raciocínio acabou por abstrair-se do contexto visual e recorreu à contagem um a um, desenhando por baixo de cada número tracinhos.



**Figura 119.** Registos da Carla na resolução da tarefa 6 - discussão em grande grupo (número 12)

Na exploração do número 8, a Carla começou por escolher a peça 1/1:

Investigadora: Quantas tens aí?

Carla: Duas.

Investigadora: Quantas pintas podes adicionar mais?

Carla: 4 e 1 (a aluna pegou na peça 4/1)

Investigadora: Quantas pintas tens?

Carla: 7

Investigadora: Precisas de uma peça com mais quantas pintas?

Carla: Uma.

Investigadora: E a outra peça?

Carla: Zero.

Investigadora: Como contas?

Carla: 4+1+1+2+0

Investigadora: Como somaste?

Carla: 5, 6, 7, 8.

Tendo identificado os conjuntos de pintas, usando o *subitizing* conceptual, após a adição das duas primeiras parcelas, recorreu à contagem *a partir de*. Por outro lado, registou o zero na sua expressão numérica demonstrando, como em momentos anteriores, reconhecer o papel deste número como elemento neutro na adição. Estabeleceu também uma relação do tipo *mais*



um do que ao reconhecer que necessitaria de uma peça com uma pinta para conseguir obter 8 (Figura 120).

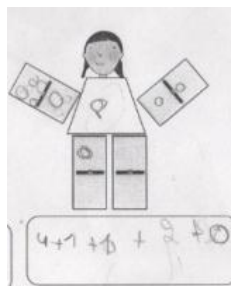


Figura 120. Registo da Carla na resolução da tarefa 6 (número 8)

O número proposto em seguida foi o 16, tendo a Carla registado a decomposição que se observa na Figura 121. Para explicar como havia pensado, disse “4+2, 6 com mais 5, 11....12, 13, 14, 15, 16”. Após ter identificado os arranjos no dominó, com o *subitizing*, adicionando as duas primeiras parcelas, recorreu à *contagem a partir de* para chegar ao resultado, apoiando-se para isso na imagem.

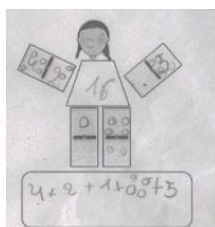


Figura 121. Registo da Carla na resolução da tarefa 6 (número 16)

Para o número 24, o último apresentado, realizou a decomposição apresentada na Figura 122.



Figura 122. Registo da Carla na resolução da tarefa 6 (número 24)

Perante as peças escolhidas através da tentativa e erro, a investigadora questionou a aluna acerca da sua estratégia de contagem:

Investigadora: Para o 24 como é que fizeste?

Carla: 1+0.

Investigadora: 1+0 quanto dá?

Carla: (reformula a resposta anterior) 1+6. 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13. 13...depois 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24.

A aluna obteve 7 que emergiu do *subitizing* conceptual. A partir daí recorreu à contagem *a partir de*. No entanto, nesta situação, usou os dedos para adicionar os 6 aos 7 e depois contou as

restantes pintas nas peças de dominó. Na discussão em grande grupo, a Carla recorreu à contagem de um em um.

Face ao que se apresenta verifica-se que o contexto permitiu que a aluna recorresse a diversas estratégias de contagem tendo o *subitizing* conceptual associado ao reconhecimento de factos específicos sido uma estratégia importante.

### **Tarefas noutros contextos visuais**

As últimas sete tarefas implementadas tinham uma estrutura similar, tendo por base a contagem de elementos dispostos em arranjos particulares. Neste sentido, serão apresentadas as estratégias e dificuldades evidenciadas em cada tarefa por parte da Carla.

#### ***Tarefa 7: Contando dedos e pés***

Na primeira tarefa a ser implementada, *Contando dedos e pés*, após a distribuição da folha de registo (Anexo 23), foi pedido para que identificassem o que de imediato lhes chamava a atenção, ao que a Carla respondeu “são os pés e as unhas”. Solicitou-se então que determinassem o número de pés na imagem. A investigadora aproximou-se da aluna e verificou que havia escrito apenas “12”:

Investigadora: Tu aqui colocaste o 12. Como sabes que estão 12?

Carla: Porque contei 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

No entanto, aquando da discussão em grande grupo, apresentou outras formas de calcular o número de pés que não a contagem um a um. A aluna assinalou na imagem os diferentes grupos de 2 pés, à medida que ia registando a expressão numérica correspondente e colocou ainda o sinal de adição entre os pés para demonstrar que estava a adicionar os diferentes conjuntos, o que evidencia *subitizing* conceptual (Figura 123).



**Figura 123.** Registo da Carla na resolução da tarefa 7 - discussão em grande grupo (número de pés)

Identificou também os conjuntos referentes às expressões  $6+6$ ,  $8+4$  e  $10+2$  (Figura 124). Na primeira situação disse “ $6+6$ . 6. 1, 2, 3, 4, 5, 6. Mais 6”. Nas expressões seguintes, apesar de ter evidenciado o *subitizing* conceptual, para validar o seu raciocínio, verbalizou a contagem um a um do conjunto com maior número de elementos.



**Figura 124.** Registo da Carla na resolução da tarefa 7 - discussão em grande grupo (número de pés)

Quando se pediu aos alunos que descobrissem o número de dedos que viam na imagem, a aluna reagiu dizendo “Isto não dá para ver bem”. Com esta reação, a investigadora achou que a aluna iria recorrer à contagem um a um, o que de facto se verificou, uma vez que esta estratégia também havia sido usada para descobrir o número de pés e demonstrou ser eficaz. No entanto, nesta situação, esta estratégia não se revelou a mais adequada:

Investigadora: Quantos dedos estão aí?

Carla: 58.

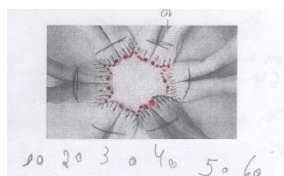
Investigadora: Como sabes que estão 58?

Carla: contei. Está bem?

Investigadora: Vamos olhar para a imagem (imediatamente detetou outra forma de contar)

Carla: 10, 20, 30, 40, 50, 60

A Carla reformulou a sua estratégia, optando por outra mais eficiente. Partiu do conhecimento prévio que dois pés tinham 10 dedos e indicou no seu registo a contagem por saltos de 10 em 10 (Figura 125). Neste sentido, mobilizou o *subitizing* conceptual. Aquando da discussão em grande grupo recorreu a essa mesma estratégia.



**Figura 125.** Registo da Carla na resolução da tarefa 7 (número de dedos)

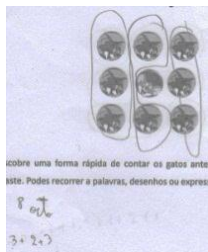
Face ao que é apresentado verifica-se que a contagem um a um foi utilizada na descoberta do número de pés e do número de dedos. No entanto, para esta última situação não constituiu a estratégia mais eficiente o que levou a uma reformulação do raciocínio. A Carla recorreu ao 10 como valor de referência, associado ao número de dedos de dois pés (*subitizing*). Contudo o *subitizing* conceptual surgiu associado às duas situações. No caso do número de pés a Carla associou a contagem um a um ao *subitizing* conceptual, para assim validar o seu raciocínio.

### **Tarefa 8: Cuidado com o gato!**

Na tarefa *Cuidado com o gato!* (Anexo 24), após ter sido dito que se pretendia saber o número de gatos presentes na imagem, alguns alunos optaram pela contagem um a um, tendo um deles contado todos os animais que estavam na imagem dizendo que eram 9. Para retificar

essa situação, a Carla disse “são 8 porque o rato não conta”. Isto demonstra que a aluna foi capaz de estabelecer uma relação do tipo *menos um do que*.

Analisando o registo efetuado pela Carla, verifica-se que o contexto visual serviu de base à emergência do *subitizing* conceptual, através da identificação de conjuntos dispostos na vertical (Figura 126)



**Figura 126.** Registo da Carla na resolução da tarefa 8

Com vista a clarificação do que havia feito, decorreu o seguinte diálogo:

Investigadora: Como sabes que estão 8?

Carla: contei para mim 3, 2, 3.

Investigadora: Como viste isso na imagem?

Carla: São os 3, os 2 e os 3.

Investigadora: O que é que isso significa?

Carla: Tem aqui o  $3+2+3$  dá 8

Investigadora: Como sabes que dá 8?

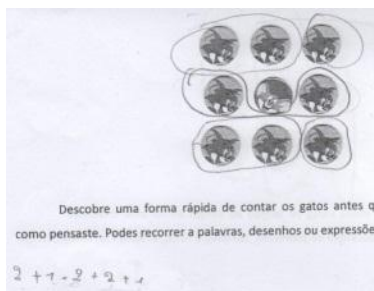
Carla: 3, 4, 5, 6, 7, 8.

A Carla reconheceu visualmente as diferentes partes que constituem o todo (*subitizing* conceptual). No entanto, usou a contagem *a partir de* para validar o seu raciocínio. Quando questionada se havia mais alguma forma de contar o número de gatos, a aluna disse “sim. 2, 1, 2, 2, 1”. Para fundamentar este raciocínio recorreu ao contexto visual dizendo “porque tem ali 2, 1, 2, 2, 1”, identificando os diferentes conjuntos (Figura 127). Para concretizar a contagem a aluna associou as diferentes parcelas em dois conjuntos diferenciados, facilitando o cálculo mental:

Carla:  $2+1+2$ , 5, mais 2 mais 1, 3

Investigadora: O que somaste para chegar ao 8?

Carla:  $5+3$  é que dá 8.



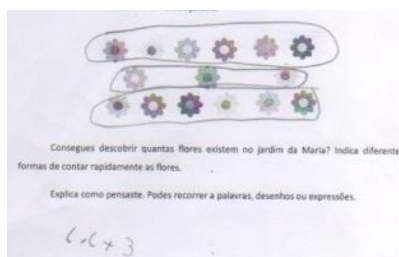
**Figura 127.** Registo da Carla na resolução da tarefa 8

A Carla apresentou ainda outra expressão, tendo rodeado um conjunto de 2 e depois rodeou os restantes gatos individualmente, dizendo: “1, 2, 1, 1, 1, 1, 1” (Figura 128).



Apesar da Carla ter evidenciado o *subitizing* conceptual formulando a expressão  $5+5+5$ , apresentou uma justificação que constituía um novo problema e que não era coerente com a estratégia usada “tinha 15 flores e tiraram-me 10 e ficaram 5 e depois então nasceram mais 5 e depois nasceram mais 5.  $5+5+5$ ”. A Carla associou o conhecimento que tinha acerca da subtração, ou seja, a ideia de retirar, e também a ideia de “juntar” associada à adição, acabando por se socorrer do contexto representado para justificar o número de flores.

Por fim, a aluna decompôs visualmente o número 15, agrupando as flores de acordo com a disposição horizontal dos conjuntos (Figura 130). A Carla apoiou-se na contagem um a um para saber quantas flores estavam na primeira linha “1, 2, 3, 4, 5, 6. Tenho assim  $6+6$  fico com 12, mais 3, 15”, tendo evidenciado o *subitizing* percetual para os restantes conjuntos. O conhecimento de factos específicos também foi importante para justificar o seu raciocínio.

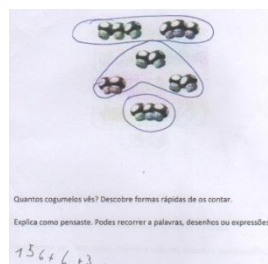


*Figura 130.* Registo da Carla na resolução da tarefa 9

Considera-se que a apresentação de disposições padronizadas permitiu que a aluna mobilizasse os seus conhecimentos prévios. Traduziu-se no reconhecimento visual dos diferentes conjuntos, através do *subitizing* que serviu de base ao raciocínio da aluna. O conhecimento de factos específicos, contribui para um cálculo mental eficiente.

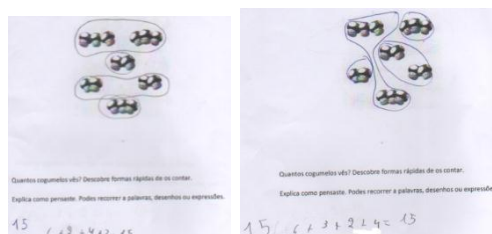
### ***Tarefa 10: Apanha os cogumelos***

Na tarefa *Apanha os cogumelos* (Anexo 26), quando confrontada com a imagem, a Carla referiu que via 15 cogumelos, tendo assinalado os conjuntos reconhecidos através de *subitizing* conceptual (Figura 131). Mobilizou ainda factos específicos, neste caso o dobro, para chegar ao resultado. Segundo a aluna “ $6+6$ , 12, com mais 3....12...13, 14, 15”. A dificuldade em atingir o número pretendido levou ao recurso à contagem *a partir de*.



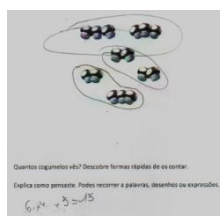
**Figura 131.** Registo da Carla na resolução da tarefa 10

O reconhecimento dos conjuntos dispostos na horizontal permitiu a formulação da expressão  $6+2+4+3$ . Começou por referir o número de elementos de cada conjunto “6 e 2 e 4, mais 3 é 15”. Posteriormente efetuou a adição sucessiva de duas parcelas dizendo “6 e 2, 8, mais 4, 12, mais 3 é 15” (Figura 132). A Carla visualizou as mesmas quantidades efetuando agrupamentos diferentes, o que deu lugar à expressão  $6+3+2+4$  (Figura 132). Segundo a aluna “ $6+3$  é 9, com mais 2, 11, com mais 4, 11... 12, 13, 14, 15”. Verifica-se que a contagem *a partir de* foi importante para concretizar o cálculo.



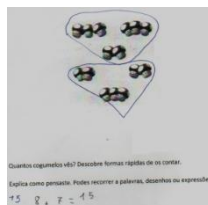
**Figura 132.** Registos da Carla na resolução da tarefa 10

A Carla também identificou na imagem uma situação que remetia para a expressão numérica  $6+4+5$ , levando-a à contagem *a partir de* para validar a sua resposta, a par do reconhecimento visual dos diferentes conjuntos (Figura 133).



**Figura 133.** Registo da Carla na resolução da tarefa 10

Face à disposição dos elementos, a Carla registou também as expressões  $8+7$  e  $7+8$ , tendo efetuado o *subitizing* conceptual e mobilizado factos específicos para poder calcular mentalmente o resultado. Para a primeira situação, referiu, após ter rodeado os conjuntos, “aqui estão 8. Vi 3 e 3, 6, mais 2, 8. Aqui é 7. É igual ao 8 mas é diferente. 2 e 2, 4 e 3, 7”(Figura 134). Assim, adicionou duas parcelas de cada vez tendo por base factos numéricos seus conhecidos.



**Figura 134.** Registo da Carla na resolução da tarefa 10

A aluna foi questionada acerca da expressão numérica  $7+8$  (Figura 135):

Investigadora: Quantos estão neste grupo?

Carla: 7.

Investigadora: Como sabes que estão 7?

Carla:  $3+2+2$  dá 7.

Investigadora: Como sabes que dá 7?

Carla: 3, 4, 5, 6, 7.

Investigadora: E neste conjunto quantos estão?

Carla: 8.

Investigadora: Como sabes que estão 8?

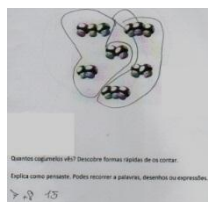
Carla: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Investigadora: Que conta fizeste?

Carla:  $7+8$ .

Investigadora: Quanto dá?

Carla: 15.



**Figura 135.** Registo da Carla na resolução da tarefa 10

Por fim, a aluna referiu o  $15+0$ , situação que constituía um facto específico associado ao conhecimento do zero como elemento neutro na adição (Figura 136).



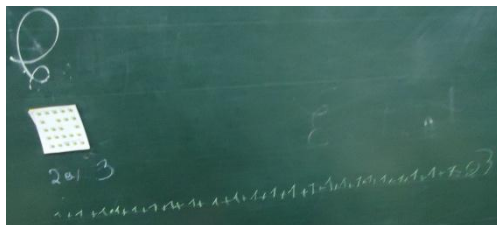
**Figura 136.** Registo da Carla na resolução da tarefa 10

A Carla conseguiu resolver a tarefa com facilidade, tendo o contexto apresentado sido potenciador da emergência do *subitizing*, percetual e conceptual, o que permitiu a mobilização de factos específicos. A contagem *a partir de* foi importante para concretizar alguns cálculos. A Carla mostrou ainda conhecer o elemento neutro da adição, usando-o para formular uma expressão matematicamente válida mas sem associação ao contexto visual.



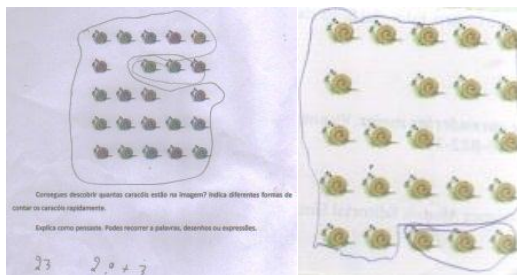
### **Tarefa 11: A caminhada dos caracóis**

Após a tarefa dos cogumelos, nesse mesmo dia, os alunos resolveram a tarefa *A caminhada dos caracóis* (Anexo 27). Na fase introdutória, a aluna mostrou-se bastante participativa na discussão que se gerou. Após a distribuição da folha de registo, a Carla referiu que havia 23 caracóis pois “contei”, tendo verbalizado a sequência numérica de um em um até 23. Esta estratégia foi registada aquando da discussão em grande grupo (Figura 137).



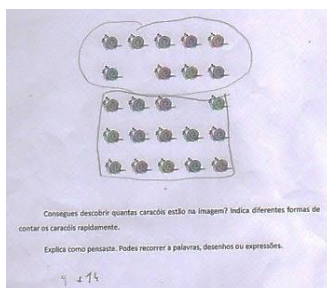
**Figura 137.** Registo da Carla na resolução da tarefa 11 (discussão em grande grupo)

Apesar de ter evidenciado essa estratégia, registou na sua folha a expressão  $20+3$  (Figura 138). O reconhecimento dos 20 surgiu da contagem um a um, tendo deixado apenas 3 elementos de fora que identificou imediatamente. Apesar deste reconhecimento, apoiou-se na contagem *a partir de* para validar o seu raciocínio. Aquando da discussão em grande grupo referiu a mesma expressão numérica tendo-se limitado a rodear os conjuntos de uma forma diferente (Figura 138).



**Figura 138.** Registos da Carla na resolução da tarefa 11

Da sua folha de registo constava ainda a expressão  $9+14$  que a Carla associou ao contexto através da contagem um a um dos diferentes conjuntos, para verificar o número de elementos correspondente acabando por dizer “9, 14.  $9+14$ , 23” (Figura 139).

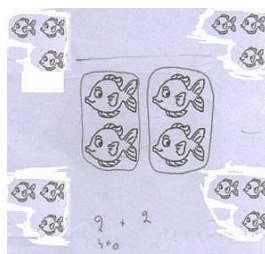


**Figura 139.** Registo da Carla na resolução da tarefa 11

Este procedimento demonstra que a aluna não se apoiou na disposição espacial para identificar o número de elementos de cada um dos conjuntos, constituindo a expressão apresentada uma forma de obter o número de elementos, que a Carla já sabia serem 23. Pode dizer-se que o contexto suscitou maioritariamente a contagem um a um em diferentes situações.

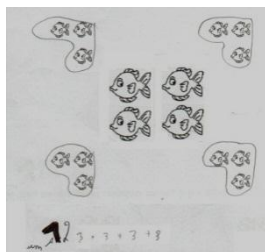
### ***Tarefa 12: Que grande peixeirada!***

Na fase introdutória da tarefa *Que grande peixeirada!* (Anexo 28), a Carla participou com entusiasmo dizendo nomes de animais que viviam no mar. Para além disso, quando toda a turma foi questionada acerca do tamanho dos peixes que estavam na imagem disse “uns são maiores outros são mais pequeninos”. Para determinar o número de peixes grandes, apesar de ter evidenciado o *subitizing* percetual, a aluna também mobilizou o *subitizing* conceptual dizendo “vi 2+2, 4”, modelando com os dedos essa expressão (Figura 140). Por outro lado, na sua folha de registo evidenciou o conhecimento do zero como elemento neutro da adição que serviu para justificar o número de peixes.



**Figura 140.** Registo da Carla na resolução da tarefa 12 (número de peixes grandes)

No que respeita ao número de peixes mais pequenos usou o *subitizing* conceptual, identificando conjuntos de 3 peixes que estavam dispostos na imagem (Figura 141).



**Figura 141.** Registo da Carla na resolução da tarefa 12 (número de peixes pequenos)

A aluna olhou para a imagem e apresentou o seu raciocínio enquanto apontava para os conjuntos de 3:

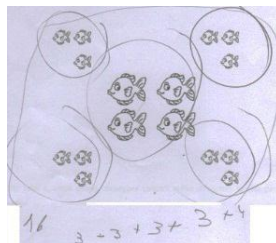
Carla: 3 e 3, 6, mais 3 (6...7, 8, 9), 9, mais 3, 12.

Investigadora: O que é que isso significa?

Carla: 3+3+3+3.

Constata-se que o reconhecimento visual permitiu que a Carla se apoiasse na contagem por saltos de 3 em 3, traduzindo-se na expressão numérica  $3+3+3+3$ , a par da contagem *a partir de* para efetuar a transição do 6 para o 9.

No que concerne ao número total de peixes a aluna teve em consideração os conjuntos apresentados na imagem, tendo registado a expressão numérica  $3+3+3+3+4$  (Figura 142).



**Figura 142.** Registo da Carla na resolução da tarefa 12 (número total de peixes)

Assim, recorreu ao *subitizing* conceptual e efetuou a contagem por saltos de 3 em 3, recorrendo à contagem *a partir de* para adicionar os 4 elementos que faltavam. Segundo a Carla “3 mais 3, 6, mais 3, 9, mais 4, 12....13, 14, 15, 16”. À medida que efetuou a contagem fez a correspondência termo a termo.

Face ao que é apresentado, verifica-se que este contexto permitiu a emergência do *subitizing*, o que suscitou o reconhecimento visual de factos específicos e a contagem por saltos. A contagem *a partir de* surgiu como forma de efetuar algumas transições na contagem, tendo sido associada à correspondência termo a termo.

### **Tarefa 13: Dados com pinta**

No momento da apresentação da tarefa *Dados com pinta* (Anexo 29), a Carla esteve participativa, evidenciando desde logo o *subitizing* percetual na identificação das disposições apresentadas nos dados. O reconhecimento visual das pintas nas faces do dado, permitiu que a aluna não se apoiasse na contagem um a um, identificando (verticalmente) os dobros nos pares de dados (*subitizing* conceptual). Esta identificação permitiu que a Carla justificasse em parte a presença das 24 pintas (Figura 143):

Carla: Ali tem  $3+3$  que dava 6 e depois pus aqui o 6; e depois  $1+1$  e então dava 2 e pus aqui o 2 e depois  $2+2$  para ser mais rápido pus o 4 e depois aqui pus 6 porque isto daqui dava 6 (apontou para o conjunto  $3+3$  na parte inferior da imagem) e foi aqui o  $1+1$  igual a 2 e eu pus 2 para ser mais rápido e tudo dá 24.

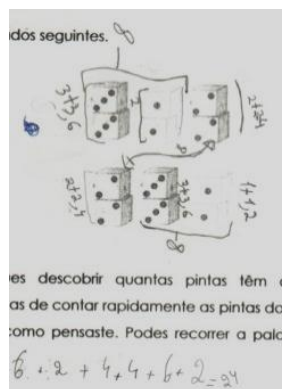


Figura 143. Registo da Carla na resolução da tarefa 13

Com a identificação dos dobros, associada ao contexto visual, segundo a Carla, não necessitava de fazer esses cálculos uma vez que viu imediatamente o número de pintas representado em cada conjunto (*subitizing* perceptual). Para chegar ao resultado usou o *subitizing* conceptual. Esta justificação constituiu a primeira fase do raciocínio da Carla para demonstrar que efetivamente o número de pintas representadas era 24, no entanto, essa justificação não foi suficiente. Apesar da identificação dos dobros na imagem e esta estar patente na sua explicação, na expressão numérica constava apenas o resultado de cada um dos conjuntos. Como forma de clarificar o seu raciocínio, e apoiando-se na disposição espacial, reajustou a sua estratégia, efetuando o reagrupamento dos diferentes conjuntos em grupos de 8, partindo dos conjuntos iniciais:

Investigadora: Mas como tens a certeza que isso dá 24? Eu percebi que tu associaste à imagem mas eu quero saber como chegaste ao 24.

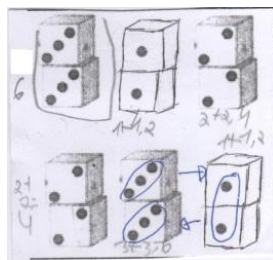
Carla: Por exemplo  $6+2$ , 8, mais  $4+4$ , 8 e depois  $6+2$  dá 8 (a aluna levantou os dedos para modelar as diferentes parcelas de cada cálculo apresentado).

Investigadora: Mas como somaste isso?

Carla: Dava tudo 8. Pus  $8+8+8$  para dar 24.

Os agrupamentos de 8 foram facilmente identificados no contexto visual, traduzindo-se no recurso ao *subitizing* conceptual e a factos específicos, e gerando a expressão numérica  $8+8+8$ . A Carla justificou o seu raciocínio “ $8+8$ , 16,  $16+8$ . 16...17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24”. Tal contagem foi apoiada nos dedos.

Aquando da discussão em grande grupo, identificou os dobros representados verticalmente (Figura 144). Assim, a expressão numérica apresentada era inicialmente  $6+2+4+4+3+2$ . Esta decomposição traduziu-se num erro de cálculo que a Carla reformulou. Segundo ela “ $6+2$  é 8,  $4+4$  é 8 e  $3+2$  é 5”. Quando lhe foi perguntado quanto dava, disse que dava 24, sendo-lhe pedido para demonstrar a validade desse raciocínio pelo que a Carla disse “ $8+8$ , 16, mais 5, 16...17, 18, 19, 20, 21”. Ao verificar que faltavam números, a aluna acabou por dizer “mais 3 é 24”, identificando na imagem o conjunto de 3 que não havia colocado.



*Figura 144.* Registo da Carla na resolução da tarefa 13 (discussão em grande grupo)

Tal como anteriormente, a Carla adicionou sucessivamente parcelas iguais tendo em atenção o que visualizou. O recurso à contagem a partir do 16 para o 21 surgiu como estratégia para colmatar a dificuldade em efetuar a transição entre parcelas.

É notório que este contexto serviu de base à utilização de diversas estratégias de cálculo. Por um lado emergiu o *subitizing*, percetual e conceptual, com o reconhecimento de factos numéricos conhecidos. A Carla privilegiou a adição de parcelas iguais para efetuar contagens rápidas baseando-se em factos específicos. A contagem *a partir de*, apoiada nos dedos, permitiu que a aluna demonstrasse a validade dos seus raciocínios.

## **CAPÍTULO VI - O VASCO**

Neste capítulo será apresentado o Vasco, um dos alunos-caso deste estudo. Depois de uma breve caracterização do aluno, focando as suas características pessoais e académicas, será efetuada uma análise detalhada do modo como resolveu as tarefas propostas, focando as estratégias utilizadas bem como as dificuldades emergentes desse trabalho.

### **O Vasco como pessoa e como aluno**

O Vasco tinha 6 anos no início do estudo e vivia a cerca de 1 km da escola. Morava com o pai, com a mãe e com uma irmã mais nova que tinha dois anos. A nível de habilitações académicas, o pai concluiu o 2º ciclo e a mãe o 3º ciclo. A nível profissional o pai era pescador e a mãe trabalhava nas limpezas. Nos seus tempos livres gostava de ir para a praia, brincar com a irmã e jogar à bola. Sonhava um dia vir a ser polícia “para apanhar ladrões e pôr algemas nas mãos”.

No início do ano letivo o Vasco evidenciava inseguranças, segundo a professora titular, devido à separação dos pais, posterior reconciliação e o nascimento da irmã. Essa insegurança revelava-se quando, apesar de fazer as tarefas corretamente, sentia necessidade de validar o seu trabalho junto da professora. Esse sentimento foi-se dissipando com o tempo. Por vezes tinha comportamentos indesejados e até se recusava a fazer as tarefas, procurando chamar a atenção. As chamadas de atenção também ocorriam quando se distraía com os colegas em vez de fazer as tarefas propostas. No entanto, não revelava dificuldades nas diferentes áreas curriculares. Considerava-se um bom aluno pois já sabia ler e escrever. Gostava da escola “porque é fixe trabalhar na escola”.

A sua disciplina preferida era a Matemática pois gostava de fazer contas. Não gostava muito de Língua Portuguesa por achar que era mais difícil. Na sala de aula era um aluno participativo e que se expressava razoavelmente embora, por vezes, na ânsia de participar, acabasse por não ser muito claro. Gostava de ajudar os colegas com mais dificuldades. Interagia com as outras crianças tendo uma boa relação tanto com os alunos do 1º ano como os do 2º ano, com quem costumava brincar no recreio, onde jogava à bola e andava de baloiço.

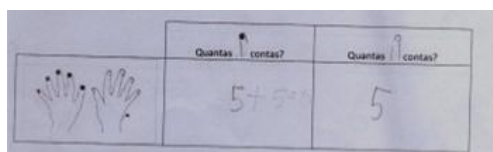
### **A exploração das tarefas**

Nesta secção descreve-se o trabalho desenvolvido pelo Vasco ao longo da implementação das diversas tarefas. Será feita uma análise da exploração efetuada pelo aluno nas diversas tarefas propostas, focando-se as estratégias usadas e as dificuldades sentidas.

## Tarefa 1: As unhas da Sara

O Vasco evidenciou uma atitude participativa ao longo desta sessão, particularmente durante as discussões em grande grupo. Na fase introdutória da tarefa, quando confrontado com a imagem apresentada à turma (Anexo 10), o aluno identificou imediatamente o número de unhas pintadas, justificando essa quantidade com a descrição do que estava a ver: “o pequeno e um grande no meio”. Relativamente ao número de unhas por pintar não foi tão claro na sua justificação, apesar de saber que eram 8 unhas, disse “porque pintaram duas brancas e deixaram 8 por pintar”, deixando por clarificar a forma como tinha pensado, o que poderá indiciar o recurso ao *subitizing* percetual.

Após a resolução da tarefa, tentou mostrar os seus registos à investigadora com o objetivo de validar o que tinha feito. Para o número de unhas pintadas da primeira imagem (Figura 145) apresentou o registo 5+5 mas, quando questionado sobre essa expressão, verificou que se estava a referir ao número total de unhas. Apercebendo-se do erro no registo, retificou o que tinha escrito. Depois desta situação, e observando a folha de registo do Vasco (Figura 145), foi possível verificar que o aluno se limitou a escrever o número de unhas pintadas e por pintar sem qualquer tipo de explicação.




	Quantas unhas pintadas? 5+5	Quantas unhas por pintar? 5
---	--------------------------------	--------------------------------

Figura 145. Registo do Vasco na resolução da tarefa 1 (imagem 1)

A fundamentação desses resultados surgiu durante a entrevista:

Investigadora: Nesta fotografia tínhamos de saber quantas unhas estavam pintadas e tu colocaste aqui este número. Que número é este?

Vasco: 5.

Investigadora: Por que é que colocaste aqui o 5?

Vasco: Porque tinha 5 unhas pintadas e outras 5 por pintar.

Investigadora: Quer dizer que tu olhaste para fotografia e viste que estavam 5 unhas pintadas. Foi isso? (O aluno acena com a cabeça afirmativamente).

...

Investigadora: E aqui nas brancas? Colocaste de novo aqui o 5.

Vasco: Porque estavam 5 por pintar.

A utilização de um modelo familiar aos alunos, como as mãos, levou o Vasco a associar de forma imediata uma mão a 5 dedos, o que conduziu ao *subitizing* percetual.

Na segunda imagem (Figura 146), ao verificar que nas duas mãos estavam unhas pintadas, o aluno reconheceu visualmente, através do padrão dos dedos, que o número 7 era composto por uma mão com 5 unhas pintadas e uma mão com apenas 2, evidenciando *subitizing* conceptual,

tendo concluído, sem contar, que estavam 7 unhas pintadas, pois “vi 5 unhas numa mão e duas noutra”.

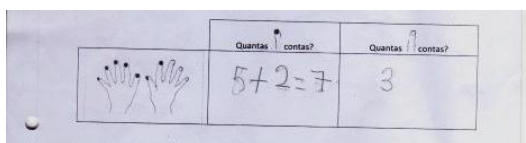


Figura 146. Registo do Vasco na resolução da tarefa 1 (imagem 2)

Relativamente ao número de unhas por pintar o Vasco escreveu apenas 3, pois “faltavam 3 unhas por pintar”, tendo evidenciado o *subitizing* percetual.

No que respeita à terceira proposta da tarefa (Figura 147), limitou-se a registar o número de unhas pintadas e por pintar, sem apresentar qualquer tipo de cálculo ou explicação.

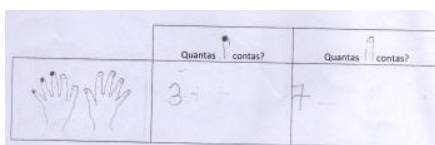


Figura 147. Registo do Vasco na resolução da tarefa 1 (imagem 3)

Quando questionado sobre essa imagem, o Vasco respondeu que tinha “3 pintadas e tinha 7 por pintar”. Quando se sugeriu que explicasse como tinha pensado disse “contei pelos dedos: 1, 2, 3”. Apesar de ter verbalizado a contagem um a um, a observação do trabalho do Vasco remetia para o recurso ao *subitizing* percetual. Sendo incapaz de explicar como tinha pensado, usou uma estratégia que na sua perspetiva validava a solução, usando como modelo os dedos das mãos. Relativamente ao número de unhas por pintar, limitou-se a responder “porque tinha 7 por pintar”. A facilidade em determinar estes valores, e o facto de para si serem tão evidentes, também tem a ver com a relação existente entre esta imagem e a anterior, já que os conjuntos se invertem.

Relativamente à quarta imagem (Figura 148), verificou imediatamente que estavam 9 unhas pintadas usando *subitizing* percetual:

Investigadora: Tu olhaste e viste logo ou fizeste alguma conta?

Vasco: Eu não fiz nenhuma conta.

Investigadora: Tu olhaste e viste logo que era 9 e por isso colocaste o 9?

Vasco: Sim.

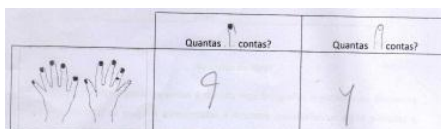


Figura 148. Registo do Vasco na resolução da tarefa 1 (imagem 4)



Apesar de o aluno não ter feito referência, a proximidade à dezena foi fundamental, chegando assim de uma forma evidente ao 9. Para a unha que não estava pintada o Vasco usou a mesma estratégia.

Em relação à última imagem (Figura 149), o aluno identificou 4 unhas pintadas, tendo justificado da seguinte forma:

Vasco: Tinha 4 unhas pintadas e 6 por pintar.

Investigadora: Tu olhaste para a imagem e viste logo que estavam 4 pintadas?

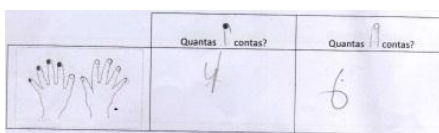
Vasco: Sim.

Investigadora: E aqui nas brancas?

Vasco: Tinha 6 por pintar.

Investigadora: Tu viste logo que estavam 6 por pintar?

Vasco: Sim!



**Figura 149.** Registo do Vasco na resolução da tarefa 1 (imagem 5)

De acordo com o que é dito pelo aluno, não necessitou de efetuar cálculos para saber o número de unhas em cada caso, tendo recorrido ao *subitizing* percetual. Contudo, na discussão em grande grupo o Vasco fez referência à expressão  $5+1$ . Depreende-se que estabeleceu uma relação do tipo *mais um do que*, procurando apresentar uma expressão numérica para fundamentar o número de unhas representado, contudo, visualmente, esse cálculo relaciona-se com o contexto apresentado.

Verifica-se que o *subitizing* percetual foi uma estratégia privilegiada pelo Vasco, tendo associado ao conhecimento do número de dedos que possuímos nas duas mãos. A descrição do que era por ele visualizado permitiu que justificasse os seus raciocínios. Não com tanto destaque, na discussão em grande grupo procurou associar factos numéricos por si memorizados sem ter em atenção o contexto visual.

## **Tarefa 2: Quantos viste?**

Nesta sessão o Vasco mostrou-se bastante participativo, procurando, sempre que possível, recorrer ao contexto numérico para justificar os seus raciocínios, o que nem sempre refletiu o modo como pensou. Na primeira parte da tarefa o aluno representou corretamente as disposições apresentadas, à exceção da segunda moldura. Apesar disso, respeitou a quantidade em questão em todas as situações.

Aquando da visualização da primeira moldura, o aluno efetuou um registo que remetia para a contagem um a um (Figura 150). Esta expressão não refletiu o seu raciocínio, pois aquando da discussão em grande grupo, disse “era 3 e 3 professora”, evidenciando o *subitizing* conceptual.

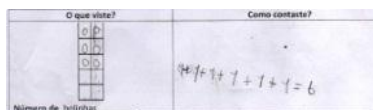


Figura 150. Registro do Vasco na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 1)

Na entrevista sugeriu outras propostas tendo por base o *subitizing* conceptual, através da identificação visual de diferentes conjuntos, como 4+2 (Figura 151).



Figura 151. Registro apresentado pelo Vasco na entrevista (moldura 1)

Na discussão em grande grupo salientou relações parte-parte-todo, resultantes de decomposições memorizadas do número 6, como 5+1 e 6+0.

Para a terceira moldura, o Vasco apresentou seguintes registos (Figura 152):

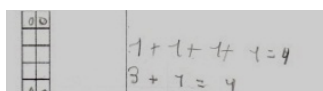


Figura 152. Registro do Vasco na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 2)

Na entrevista, e com base na representação, disse “2+2 é igual a 4”, evidenciando o *subitizing* conceptual. Recorrendo à mesma estratégia, considerou ainda a possibilidade 3+1. Quando questionado por que havia escrito 1+1+1+1, simplesmente respondeu “dá 4” o que demonstra que reconhece que a expressão permite decompor o número 4.

Após a apresentação da terceira moldura, o Vasco fez diversos registos (Figura 153) associados à quantidade apresentada.

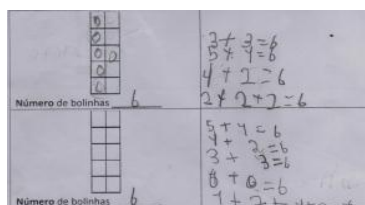
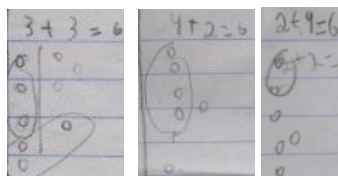


Figura 153. Registro do Vasco na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 3)

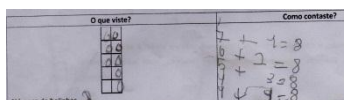
Na entrevista, respondeu que eram 6 pois tinha 5+1. Reforçou “5+1 (apontou para o conjunto de 5 disposto na vertical), 6”. Usando o mesmo tipo de estratégia referiu ainda as expressões 3+3, 4+2 e 2+4, assinalando os conjuntos na moldura (Figura 154). Tal situação emergiu do estabelecimento de relações parte-parte-todo tendo em atenção a visualização (*subitizing* conceptual).



**Figura 154.** Registos apresentados pelo Vasco na entrevista (moldura 3)

O Vasco reconheceu a equivalência das expressões  $4+2$  e  $2+4$ , dizendo que dava o mesmo resultado mas que “não são a mesma forma”, uma vez que a ordem dos fatores era diferente. Da sua folha de registo também constava a expressão  $1+2+1+2$  que lhe permitiu decompor o 6, pois a associação ao contexto visual, não aconteceu com tanta rapidez como nos outros casos, o que evidencia que a sua formulação não emergiu do contexto, tal como  $6+0$ .

Na quarta moldura, o Vasco preocupou-se novamente em registar diversas expressões numéricas (Figura 155).



**Figura 155.** Registo do Vasco na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 4)

Na entrevista, efetuou a contagem um a um para confirmar o número de círculos. Contudo, também referiu que tinha 8 círculos porque “1 mais 3, mais 4, igual a 8”, evidenciando o *subitizing* conceptual. Por outro lado, decompôs visualmente o 8 em conjuntos de 2 que se traduziu na expressão numérica  $2+2+2+2$  (Figura 156). Da mesma forma, surgiram as expressões  $4+4$  e  $6+2$  (Figura 156).



**Figura 156.** Registos apresentados pelo Vasco na entrevista (moldura 4)

Na folha de registo constava o  $5+3$ , situação que foi justificada pelo aluno através de *subitizing* conceptual:

Investigadora: Por que puseste  $5+3$ ?

Vasco: Porque vi.

Investigadora: Como viste o  $5+3$ ?

Vasco Vi 5 (apontou para o conjunto disposto na vertical) mais 3.  $5+3$  É igual a 8.

No que refere à expressão  $7+1$ , destacou novamente conjuntos de 2, que compunham o conjunto de 6 círculos e disse “7, 8”. Desta forma, associou o *subitizing* conceptual à contagem *a partir de*. A procura de estabelecer relações parte-parte-todo foi mais evidente na discussão em grande grupo, onde registou diversas expressões que permitiam decompor o 8 (Figura 157).

Quando questionado como havia contado, o aluno disse que tinha “pensado”, mas nem todas as situações estavam associadas ao contexto visual.



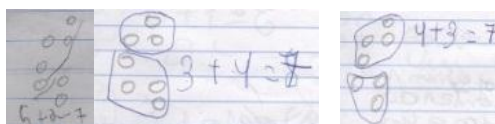
**Figura 157.** Registos do Vasco que evidenciam relações parte-parte-todo – discussão em grande grupo (moldura 4)

Para a moldura seguinte, o Vasco efetuou os seguintes registos (Figura 158).



**Figura 158.** Registo do Vasco na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 5)

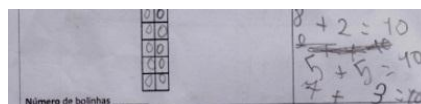
Na entrevista evidenciou que na base do seu raciocínio esteve o *subitizing* perceptual. Surgiu ainda o *subitizing* conceptual na formulação das expressões numéricas  $5+2$ ,  $3+4$  e  $4+3$  (Figura 159). O aluno percebeu a equivalência das expressões  $3+4$  e  $4+3$ , salientando que a diferença estava na ordem dos fatores.



**Figura 159.** Registos apresentados pelo Vasco na entrevista (moldura 5)

Por outro lado, efetuou a contagem um a um até 6, rodeou o conjunto e disse “6+1, 7” para validar o raciocínio.

Relativamente à última moldura, o Vasco representou com facilidade o que visualizou (Figura 160):



**Figura 160.** Registo do Vasco na resolução da primeira parte da tarefa 2 (moldura 6)

Quando confrontado na entrevista com a moldura, o aluno mobilizou o *subitizing* conceptual dizendo “ $5+5$ , 10”, ao apontar para os conjuntos de 5 dispostos na vertical. Por outro lado, fez alusão à expressão  $9+1$  dizendo “a partir daqui, estas todas é o 9, mais esta (círculo no canto inferior direito), 10”. Quando questionado sobre se haveria outra forma, o aluno referiu outras formas de decompor o 10 sem ter em atenção a disposição dizendo “ $8+2$  é igual a 10”, assim como o  $7+3$ . Nestes casos recorreu à contagem um a um do conjunto com maior número de

elementos. Aquando da discussão em grande grupo, o Vasco decompôs o 10 verbalizando de forma sequencial várias combinações “Eu sei outra:  $9+1$ ,  $8+2$  dá 10 e  $7+3$  dá 10,  $6+4$ ,  $5+5$  dá 10”. Desta forma, estabeleceu relações parte-parte-todo através de expressões numéricas que eram matematicamente válidas mas não necessariamente emergentes do contexto.

A segunda parte da tarefa envolveu a visualização das molduras e a formulação de uma representação que refletisse a relação *mais dois do que*. Neste sentido, começa-se por analisar as estratégias e dificuldades emergentes da visualização das molduras e posteriormente no estabelecimento da relação *mais dois do que*.

No que concerne às molduras visualizadas (Figura 161), foi possível constatar que o Vasco conseguiu respeitar a disposição espacial dos círculos e registar expressões associadas às quantidades pretendidas.

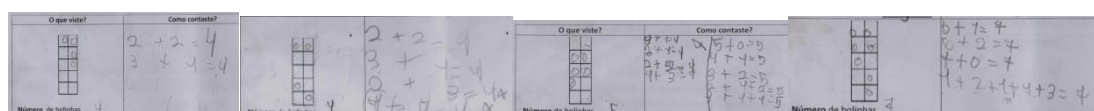


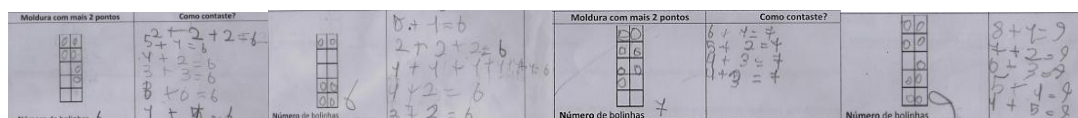
Figura 161. Registos do Vasco referentes às molduras visualizadas na segunda parte da tarefa 2

Através da entrevista e da discussão em grande grupo verificou-se que nem sempre os registos eram coerentes com o modo como havia pensado. Uma das estratégias de contagem emergente na primeira, segunda e terceira molduras foi o *subitizing* perceptual. Por outro lado, o *subitizing* conceptual ocorreu em todas as molduras, tendo o Vasco decomposto os números com base nos conjuntos observados.

O Vasco procurou igualmente decompor os números, estabelecendo relações parte-parte-todo, muitas delas emergentes de factos específicos, situação que foi mais evidente na sala de aula. Por exemplo, na terceira moldura disse “professora eu já sei...olhe,  $4+1$ ,  $3+2$ ,  $2+3$ ...”. Referiu igualmente o  $3+1+1$  tendo modelado com os dedos tal situação.

Os erros ocorridos nos seus registos, especialmente na segunda e terceira molduras, e reconhecidos pelo aluno na entrevista, refletiram a necessidade de se apoiar no contexto numérico para justificar o seu raciocínio, assim como no registo da contagem de um em um. Por fim, para a terceira e quartas molduras, o Vasco usou o conhecimento do zero enquanto elemento neutro na adição, pois segundo o aluno “o zero não existe”.

Relativamente às disposições representativas da relação *mais dois do que*, o aluno conseguiu estabelecer essa relação apresentando os registos seguintes (Figura 162).



**Figura 162.** Registos do Vasco na resolução da segunda parte da tarefa 2 (*mais dois do que*)

Para as três primeiras molduras o Vasco manteve as disposições visualizadas inicialmente, tendo acrescentado apenas mais 2 círculos. Relativamente às estratégias de contagem evidenciadas, o *subitizing* conceptual emergiu em todas as molduras.

Destaca-se que na quarta moldura, o Vasco associou ao *subitizing* a contagem por saltos, identificando os diferentes conjuntos “2, 4, 6, 8, 9”, que se traduziu na expressão numérica  $2+2+2+2+1$  através da identificação dos conjuntos dispostos na horizontal.

O estabelecimento de relações parte-parte-todo também se evidenciou através do registo e verbalização de diversas expressões numéricas na folha de registo e em contexto sala de aula, sendo mais notório na terceira e quarta molduras. A referência ao zero enquanto elemento neutro na adição foi apenas registado na segunda moldura.

Face ao que é apresentado verificou-se que o Vasco teve grande tendência em apoiar-se em factos numéricos memorizados, apresentando por isso também registos que não eram coerentes com o seu raciocínio nem com a representação apresentada. No entanto, representou, salvo uma exceção, as disposições visualizadas e estabeleceu igualmente uma relação do tipo *mais dois do que*. O *subitizing* tanto percetual como conceptual ocorreram. A contagem *a partir de*, a alusão ao zero como elemento neutro surgiram de uma forma pouco evidente.

### Tarefa 3: A Rua dos Números Perdidos

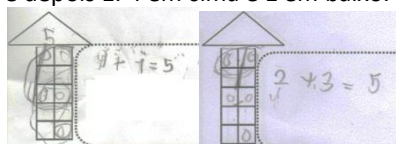
Após a extração do primeiro número do saco, o 5, o Vasco efetuou uma representação na moldura decompondo o número em subconjuntos (Figura 163). Na entrevista o aluno justificou a formulação da expressão numérica:

Investigadora: Quantas bolinhas estão aqui?

Vasco: 5.

Investigadora: Como viste que estavam 5?

Vasco:  $4+1$ . A partir daqui são 4 e depois 1. 4 em cima e 1 em baixo.



**Figura 163.** Registos do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 5)

Por outro lado, o Vasco face à mesma representação sugeriu a expressão  $2+3$ , começando por tapar o conjunto de 2 para destacar aquele que tinha 3 elementos (Figura 163). Segundo o aluno tinha “2 em cima e 3 em baixo”. Fundamentou o cálculo com a disposição dos círculos na moldura, suportando-se no contexto visual para justificar o seu raciocínio.

Para o número 5 apresentou ainda mais duas representações e formulou as expressões  $2+3$  e  $3+2$ . Apesar de remeter para a mesma quantidade, segundo o aluno, a ordem das parcelas não alterava o resultado, o que demonstra a compreensão da propriedade comutativa da adição. Tal situação refletiu-se no modo como observou os conjuntos na moldura, correspondendo a arranjos diferenciados dos círculos (Figura 164).



Figura 164. Registos do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 5)

O número seguinte a ser selecionado foi o 8 tendo imediatamente o Vasco dito “Já fiz. Já está” (Figura 165).



Figura 165. Representação apresentada pelo Vasco na tarefa 3 (número 8)

O aluno foi questionado acerca do que havia representado:

Investigadora: Quantas bolinhas estão aí?

Vasco: 8.

Investigadora: Como é que tu viste?

Vasco: Tiro uma e tiro outra. Tirei duas e ficaram 8.

Investigadora: Tu disseste que tiraste 2 e ficaram 8. Quantas tinhas antes?

Vasco: 10.

O Vasco apresentou uma disposição padronizada do número 8, usando o 10 como valor de referência. Estabeleceu assim uma relação do tipo *menos dois do que*. Apresentou dificuldade na representação da expressão numérica correspondente, tendo recorrido aos dedos para justificar o que pretendia dizer. Partindo da mesma representação na moldura, estabeleceu uma relação *mais um do que* através da associação da expressão numérica  $7+1$ , no entanto, não estabeleceu uma relação direta com o contexto visual (Figura 166), uma vez que usou a contagem um a um para delimitar o conjunto com 7 círculos.



Figura 166. Registo do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 8)

Na discussão em grande grupo propôs também a expressão  $4+4$ , identificando dois conjuntos de 4 círculos (Figura 167).



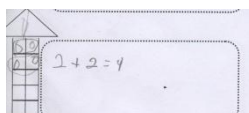
*Figura 167.* Registo do Vasco na resolução da tarefa 3 – discussão em grande grupo (número 8)

O aluno decompôs o número 8 em dois subconjuntos que remetiam para disposições padronizadas do número 4, facilmente reconhecidas. Apresentou ainda a expressão  $6+2$  como outra alternativa. No entanto, na justificação contou um a um os círculos que pertenciam ao conjunto de 6 elementos, o que indica que não identificou esses elementos visualmente (Figura 168).



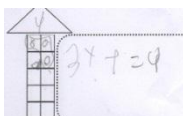
*Figura 168.* Registo do Vasco na resolução da tarefa 3 – discussão em grande grupo (número 8)

No caso do número 4, extraído em seguida, efetuou a representação com facilidade. Quando lhe foi pedido para mostrar o que havia feito, apresentou uma disposição quadrangular (Figura 169). Para justificar como tinha pensado respondeu “pus  $2+2$ ” e rodeou esses mesmos conjuntos.



*Figura 169.* Registo do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 4)

Com base nesta representação registou ainda a expressão  $3+1$ , associado a um facto específico que evidencia uma relação do tipo *mais um do que* (Figura 170). Esta proposta surgiu de uma manipulação numérica desfasada do contexto, já que a identificação dos conjuntos na moldura surgiu posteriormente.



*Figura 170.* Registo do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 4)

Na discussão em grande grupo, o Vasco sugeriu uma outra expressão numérica, baseada na contagem um a um:

Investigadora: Há mais alguma forma de ver o número 4?

Vasco: Sim.  $1+1+1+1$  (o aluno escreveu no quadro)

Investigadora: Onde viste o  $1+1+1+1$ ? (o aluno apontou para cada círculo e verbalizou a expressão)



Após a seleção do último número, o 9, o Vasco efetuou a representação na sua moldura, tendo sido questionado nesse momento:

Investigadora: Quantas bolas é que estão?

Vasco: 9.

Investigadora: Como é que descobriste?

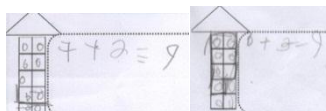
Vasco: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Para confirmar a existência de 9 círculos recorreu à contagem um a um, contudo registou a expressão  $8+1$ , que não era evidente na disposição apresentada. Este facto evidenciou-se quando o aluno contou os primeiros quatro círculos, em seguida identificou um grupo de 3 dizendo “7” e depois acrescentou mais 1 para fazer as 8 e concluiu “A partir daqui para cima são as 8” (Figura 171).



*Figura 171.* Registo do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 9)

O Vasco apoiou-se na mesma representação para formular outras expressões numéricas,  $7+2$  e  $6+3$  (Figura 172), que também eram desfasadas do contexto. Constituíam factos numéricos associados à decomposição do número 9 e que surgiram antes da associação à representação. Aquando dessa associação à representação, apoiou-se na contagem um a um.



*Figura 172.* Registos do Vasco na resolução da tarefa 3 (número 9)

Verifica-se que o Vasco não apresentou dificuldades em representar as diferentes quantidades propostas tendo apostado em disposições que evidenciavam mais os subconjuntos. Apesar de se ter preocupado com a diversificação de disposições, nem sempre as que foram apresentadas eram coerentes com a expressão, tendo por isso nesses casos recorrido à contagem um a um. A dificuldade em apresentar uma expressão que validasse o que estava a ser verbalizado pelo aluno constituiu uma dificuldade, tendo por isso recorrido à modelação com os dedos para clarificar o seu raciocínio.

#### **Tarefa 4: As cartas do País das Maravilhas**

Nesta tarefa o Vasco foi capaz de desenhar corretamente as disposições apresentadas tendo respeitando as quantidades em questão. Contudo, nem todas as expressões numéricas foram coerentes com o modo como pensou e com os respetivos arranjos.

Nas cartas do 1 ao 6 emergiu o *subitizing* perceptual, no entanto o Vasco registou a expressão numérica que remetia para a contagem um a um, revelando incoerência com o raciocínio (Figura 173). A título de exemplo, para a carta com 2 símbolos disse “descobri logo que eram 2 mas fiz a conta,  $1+1$  é 2”.

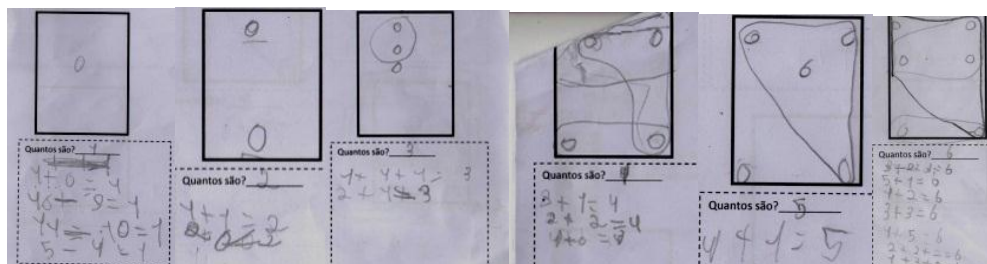


Figura 173. Registos do Vasco na resolução da tarefa 4 (cartas do 1 ao 6)

O *subitizing* conceptual também se evidenciou nestas cartas, tendo o aluno destacado os conjuntos correspondentes (Figura 173). Na carta 6 apresentou dois modos de ver a expressão  $3+3$ : a registada e a que apresentou aquando da discussão em grande grupo (Figura 174).



Figura 174. Registos do Vasco na resolução da tarefa 4 (carta 6)

Por outro lado, para a carta 5, aquando da discussão em grande grupo apresentou as expressões  $2+1+2$  (conjuntos na horizontal) e  $2+2+1$  através do *subitizing* conceptual (Figura 175).



Figura 175. Registo do Vasco na resolução da tarefa 4 – discussão em grande grupo (carta 5)

O *subitizing* conceptual também emergiu nas cartas do 7 ao 10. No caso da carta 7 o aluno reconheceu visualmente a expressão  $5+2$ , identificando a disposição padronizada do 5, e por outro lado a expressão  $6+1$  (Figura 176).

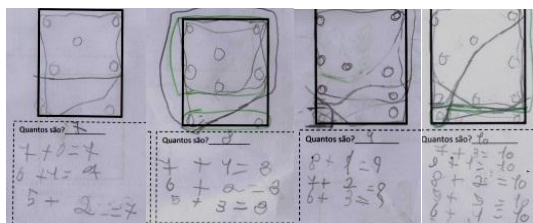


Figura 176. Registos do Vasco na resolução da tarefa 4 (cartas do 7 ao 10)

Para a carta com 8 símbolos o Vasco reconheceu dois conjuntos de 4 tendo justificado dizendo que “ $4+4$  é 8” (Figura 177). Por outro lado, o  $5+3$  traduziu-se na identificação da disposição padronizada do número 5 e depois do 3 (Figura 177). Aquando da discussão em grande grupo o Vasco identificou os conjuntos dispostos na horizontal, tendo associado a expressão  $3+2+3$ .

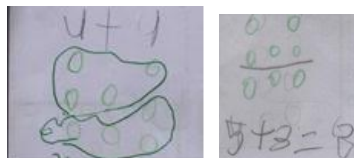


Figura 177. Registos do Vasco na resolução da tarefa 4 (carta 8)

A contagem um a um emergiu na carta 9, contudo outras expressões numéricas foram registadas, entre elas algumas emergentes do *subitizing* conceptual (Figura 176). Relativamente à carta 10, o Vasco formulou também expressões numéricas da mesma natureza.

Apesar do aluno ter registado diversas expressões numéricas para as cartas 8, 9, 10, algumas delas não emergiram da disposição visual (e.g.  $7+2$ ,  $6+3$ ,  $7+3$ ,  $9+1$ ,  $6+4$ ,  $7+1$ ,  $6+2$ ). Esta situação foi evidente quando o Vasco recorreu à contagem um a um do conjunto com maior número de elementos para posteriormente associar as expressões ao contexto visual, o que demonstra o estabelecimento de relações parte-parte-todo de uma forma descontextualizada. Este tipo de raciocínio também se evidenciou na discussão em grande grupo. Por exemplo, para a carta 6 o aluno modelou com os dedos a expressão  $2+2+1+1$ , o que demonstra que não emergiu do contexto visual. A transposição para o contexto visual traduziu-se na identificação dos conjuntos dispostos na horizontal.

O recurso aos dedos esteve também associado à subtração, refletindo a interpretação *retirar* para as cartas 1, 3, 6, 7 e 10. Por exemplo, na carta 1 o Vasco apoiou-se no 10 e 5 para explicar os seus raciocínios (e.g.  $5-4$  e  $10-9$ ) e que constituíam factos específicos associados à subtração, tendo modelado com os dedos. Para explicar o  $11-10$  disse, mostrando os dedos todos e baixando-os, “a 11 tiro 10, fica 1. Por fim, a referência ao zero como elemento neutro na adição surgiu associada a algumas das cartas, nomeadamente: 1, 2, 3, 4, 7, 8 e 10.

Na segunda parte da tarefa 4, *Vamos inventar novas cartas*, foi solicitado que os alunos efetuassem uma representação dos números que seriam sorteados (5, 9, 10 e 4). Face aos registos apresentados foi possível verificar que o Vasco representou adequadamente as quantidades pretendidas tendo privilegiado representações lineares (números 5, 4 e 10) (Figura 178). Contudo, emergiram outras representações aquando da discussão em grande grupo. No caso do 5, o aluno formulou duas expressões com base na disposição linear apresentada,

evidenciando o *subitizing* conceptual:  $4+1$  e  $3+2$ . Para o número 10 (Figura 178) apresentou diversas expressões numéricas. Para associar a expressão numérica  $9+1$ , contou um a um até 9 e colocou um traço, dizendo “ $9+1$ , 10”. Em relação às restantes expressões, dada a sequencialidade das mesmas, o aluno compreendeu o padrão, tendo-se limitado a ter em atenção a segunda parcela das mesmas para dividir os subconjuntos. Por este motivo se observam os diferentes traços na representação.

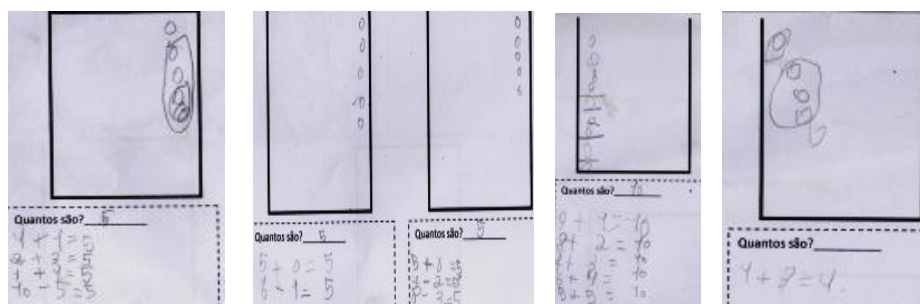


Figura 178. Registos do Vasco na resolução na segunda parte da tarefa 4 (disposições lineares)

Aquando discussão em grande grupo o Vasco privilegiou as disposições lineares para decompor o 10, tendo apostado na orientação horizontal dos círculos. Neste caso, as representações evidenciaram coerência com as expressões apresentadas (Figura 179). Para o 4, para além da disposição apresentada inicialmente (Figura 178), na discussão em grande grupo o aluno desenhou disposições lineares, idênticas às apresentadas para o 10, atribuindo-lhes as expressões  $2+2$  e  $3+1$ .

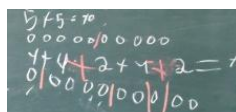


Figura 179. Registo do Vasco na resolução da segunda parte da tarefa 4 - discussão em grande grupo (número 10)

Para o 5 o Vasco apresentou também uma disposição padronizada à qual associou a expressão numérica  $2+3$  e que era coerente com a representação (Figura 180).

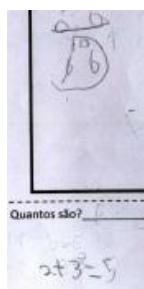


Figura 180. Registo do Vasco na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 5)

Aquando da discussão em grande grupo apresentou outras disposições que remetiam para disposições lineares e também triangulares. Relativamente à expressão  $2+2+1$  o aluno disse “2+2, 4 mais 1, 5” (Figura 181). Apresentou ainda “outra forma de arrumar o 5” e que correspondia a “3+1+1”, que acabou por modelar com os dedos, levantando 3 dedos e dizendo “3, mais 1, mais 1 é igual a 5” (Figura 181). Nestes casos houve coerência entre representação/expressão.



*Figura 181.* Registos do Vasco na resolução da segunda parte da tarefa 4 - discussão em grande grupo (número 5)

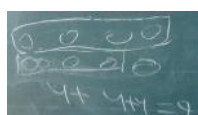
Para o número 9 o Vasco apresentou uma disposição com características lineares (Figura 182) formulando as expressões numéricas  $7+2$  e  $8+1$ , que constituíram formas de decompor o 9 de uma forma desfasada da representação. Tal evidenciou-se quando as associou à representação e necessitou de recorrer à contagem um a um do conjunto com mais elementos.



*Figura 182.* Registo do Vasco na resolução da segunda parte da tarefa 4 (número 9)

Face à mesma disposição, o Vasco disse que “também posso contar de 2 em 2” o que correspondia a “2, 4, 6, 8, 9”, que se traduziu na expressão numérica  $2+2+2+2+1$  o que evidencia o conhecimento da sequência numérica de 2 em 2.

A disposição retangular apresentada pelo aluno aquando da discussão em grande grupo foi justificada com “4+4+1. 1, 2, 3, 4. Aqui estão 4, 1, 2, 3, 4 aqui estão mais 4, 8. E aqui um, 9” (Figura 183). Por outro lado, associou a uma disposição semelhante a expressão numérica  $5+4$ . Desta forma mobilizou o conhecimento de factos específicos como os dobros e quase dobros.



*Figura 183.* Registo do Vasco na resolução da segunda parte da tarefa 4- discussão em grande grupo (número 9)

Para o 5 e para o 9 o Vasco também referiu factos específicos associados à subtração. Para validar o seu raciocínio recorreu aos dedos, uma vez que os números eram inferiores a 10. Por exemplo, para o 5 registou a expressão 10-5 (Figura 178) que justificou dizendo “não vi na imagem. Eu pus 10-5, tirei 5, ficou 5. Tenho 6, tiro 1, ficam 5 (o aluno mostrou 6 dedos e baixou 1). Tenho 7, tiro 2, ficam 5. 8-3, tiro 3, ficam 5.” Desta forma o Vasco recorreu a factos numéricos seus conhecidos e à modelação com os dedos para validar o raciocínio. A dificuldade do aluno foi representar visualmente a subtração, como foi possível constatar na discussão em grande grupo, após ter escrito a expressão numérica 11-1 e desenhado as 11 bolas:

Investigadora: E agora como é que fazes?

Vasco: O 1.

Investigadora: Estás a tirar.

Vasco: Ah pois (o aluno risca uma das bolas).

Globalmente, o Vasco conseguiu realizar a tarefa com facilidade. No entanto, houve uma grande tendência para o estabelecimento de relações parte-parte todo, que se traduziu na utilização de uma mesma representação à qual associou diversas expressões, nem sempre coerentes com a representação, mas relacionadas com a decomposição do número em causa. Nesta tarefa o aluno mobilizou o *subitizing* percetual e conceptual, a contagem um a um, a contagem por saltos e o conhecimento de factos específicos. O Vasco também referiu a existência do elemento neutro, para as disposições lineares dos números 5 e 9.

## Tarefa 5: Cartas com pintas

Na fase inicial da tarefa, a investigadora desenhou no quadro uma disposição retangular do número 4. Na identificação do número de elementos o Vasco evidenciou o *subitizing* conceptual:

Investigadora: Há outra forma de contar o número de pintas?

Vasco: 3+1.

Investigadora: 3+1. Como é que viste o 3+1?

Vasco: Descobri logo.

Investigadora: Descobriste como?

Vasco: Fiz assim...pensei e vi assim o 4, aqui 3 e mais o 1.

No que concerne aos números propostos pela investigadora, 5, 9 e 4, o aluno apresentou os seguintes registos (Figura 184).

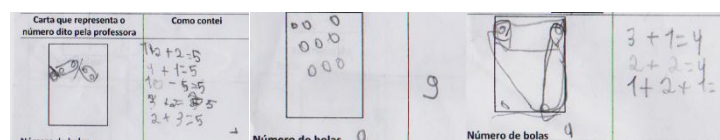


Figura 184. Registos do Vasco na resolução da tarefa 5

Verifica-se que o Vasco optou por uma disposição linear para o 5 e por disposições retangulares para o 9 e para o 4. Relativamente ao número 5, rapidamente descobriu a carta

dizendo “olhei e vi logo que estavam 5”, o que revela o *subitizing* percetual. Apesar da evidência desta estratégia, o aluno registou algumas expressões numéricas associadas ao 5, algumas delas associadas ao *subitizing* conceptual como  $1+2+2$ , dizendo “tem aqui dois, mais um, mais dois”, e posteriormente modelado a situação com os dedos, à medida que verbalizava a expressão. Isto demonstra que apesar de o contexto visual ter sido útil, o aluno teve necessidade de se apoiar num modelo concreto para validar o seu raciocínio. O *subitizing* conceptual também se evidenciou na expressão  $3+2$ . Na discussão em grande grupo o aluno disse “tenho 3 (mostrou 3 dedos), mais 2 (levantou mais 2 dedos) dá 5”. Uma vez que o Vasco referiu as expressões  $2+3$  e o  $3+2$ , associadas a uma mesma disposição, a investigadora questionou:

Investigadora: Tu aqui tens  $3+2$  e agora dizes  $2+3$ . Não é a mesma coisa?

Vasco: Não porque nesta tem 3 e aqui tem 2 (o aluno apontou para os algarismos)

Investigadora:  $3+2$  e  $2+3$  não dá o mesmo resultado?

Vasco: Sim.

Investigadora: Então?

Vasco: É diferente porque aqui está o 3 e aqui o 2.

Segundo o aluno, a posição diferenciada das parcelas permitia diferenciar as expressões, correspondendo no entanto uma visualização idêntica. O Vasco acabou assim também por evidenciar a compreensão da propriedade comutativa da adição.

Como já foi referido optou pelas disposições retangulares para o 4 e para o 9 tendo encontrado facilmente estes arranjos tendo evidenciado o *subitizing* percetual, uma vez que viu “logo que estavam 9”. Para esta carta, o Vasco usou igualmente o *subitizing* conceptual, aquando da discussão em grande grupo, tendo dividido a imagem em dois conjuntos, dizendo “temos 6 em cima e 3 em baixo” (Figura 185). A validação do raciocínio passou assim pela descrição do que estava a visualizar. Para o número 4 o aluno usou também esta estratégia, registando as expressões  $2+2$  e  $3+1$ .



**Figura 185.** Registo do Vasco na resolução da tarefa 5 – discussão em grande grupo (número 9)

Por outro lado, houve conjugação de estratégias de contagem. O aluno referiu a expressão  $5+4$  tendo, ao transpor para o contexto, realizado a contagem um a um e usando o *subitizing* percetual. Tais estratégias são evidentes nas suas palavras: “1, 2, 3, 4, 5 a partir daqui (o aluno rodeou os conjuntos) mais 4 dá 9” (segunda imagem na Figura 186). O Vasco reconheceu igualmente a expressão  $4+5$ , tendo modelado com os dedos as quantidades correspondentes.



Como em situações anteriores o aluno reconheceu a propriedade comutativa da adição, assumindo que a ordem dos factores é algo que diferencia as expressões.

Outras situações evidenciaram a utilização de factos específicos desfasados do contexto visual. Para o número 5, o aluno registou na sua folha a expressão  $10-5$  tendo recorrido à modelação com os dedos para validar o seu raciocínio (Figura 184).

Aquando da discussão em grande grupo, para o número 9 fez referência às expressões  $8+1$  e  $7+2$ . Estas propostas não emergiram da disposição apresentada pois o aluno recorreu à contagem um a um do conjunto com maior número de elementos. A título de exemplo, para o  $7+2$ , à medida que ia contando, ia escrevendo dentro de cada círculo o número correspondente, acabando assim por efetuar a correspondência termo a termo (Figura 186). O Vasco também associou ao 9 a expressão  $3+1+5$ , tendo reconhecido os diferentes conjuntos através do *subitizing* perceptual, contudo esta expressão não estava evidente na imagem (Figura 186). Em seguida disse “sei mais uma  $1+3$ , 4, com mais 4, 8 e mais 1, 9” (Figura 186). O Vasco recorreu a factos específicos decompondo assim o 9 de uma forma descontextualizada.

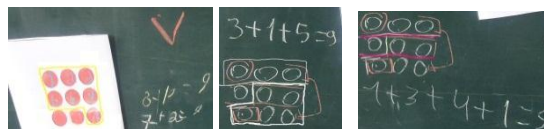


Figura 186. Registos do Vasco na resolução da tarefa 5 – discussão em grande grupo (número 9)

O recurso ao zero como elemento neutro na adição apenas foi referida aquando da discussão em grande grupo, tendo o aluno escrito o  $5+0$  no quadro, situação que foi por ele justificada como “isto tudo é 5, mais 0 (o aluno apontou para o espaço em branco)”, demonstrando compreender o papel do elemento neutro da adição, associando-o a um espaço vazio.

A escolha de cartas com mais uma pinta envolveu os números 6, 10 e 5. Face às cartas selecionadas pelo aluno (Figura 187), verifica-se que optou por uma disposição com características lineares e por outras disposições padronizadas associadas ao dominó ou às cartas (10 e 5).

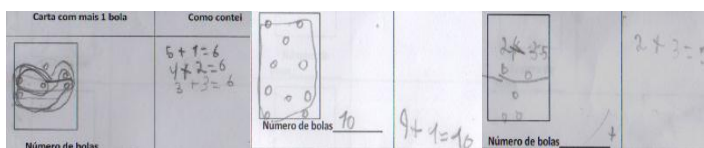


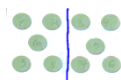
Figura 187. Registos do Vasco na resolução da tarefa 5 (mais uma pinta – 6, 10 e 5)

No número 6 o Vasco evidenciou o *subitizing* conceptual pois reconheceu imediatamente os conjuntos no contexto visual dizendo “4 mais estes,  $4+2$ , 6”. Identificou igualmente a



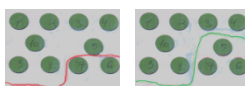
expressão  $5+1$ , no entanto a associação ao contexto visual não era evidente uma vez que havia rodeado 3 conjuntos diferenciados. Apesar de ter registado a expressão  $5+1$ , no contexto visual o aluno decompôs o 5 em partes (Figura 187).

A escolha de uma disposição padronizada para o 10 permitiu que o aluno evidenciasse o *subitizing* conceptual na discussão em grande grupo. Face a essa disposição o Vasco efetuou a divisão em 2 conjuntos tendo evidenciado o reconhecimento de duas disposições padronizadas do 5 (Figura 188).



**Figura 188.** Registo do Vasco na resolução da tarefa 5 – discussão em grande grupo (mais uma pinta – 10)

Quando questionado se havia mais alguma forma de contar, o aluno fez referência às expressões  $8+2$  e  $7+3$ . Para o  $8+2$  o Vasco limitou-se a colocar um traço a separar os dois círculos dos restantes, como se vê na imagem (Figura 189). Relativamente ao  $7+3$ , o aluno identificou uma disposição padronizada do 5 à qual juntou um conjunto de 2. Por fim, identificou uma disposição triangular do número 3, traduzindo-se na expressão  $7+3$  (Figura 189). Reportamo-nos por isso ao *subitizing* conceptual.

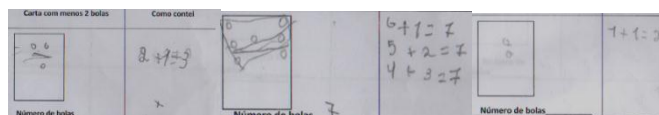


**Figura 189.** Registos do Vasco na resolução da tarefa 5 – discussão em grande grupo (mais uma pinta – 10)

O *subitizing* conceptual também se evidenciou na exploração do número 5 com o registo da expressão  $2+3$  (Figura 190).

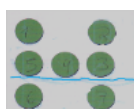
Outras situações são de salientar. Para o número 6 o Vasco conjugou a contagem um a um com o *subitizing* percetual, formulando a expressão  $3+3$ . Inicialmente identificou o conjunto disposto na horizontal, e uma vez que os restantes elementos estavam dispersos, recorreu à contagem um a um. Para o 10, apesar de ter escolhido uma disposição padronizada, registou a expressão  $9+1$  que não era evidente na imagem. Como forma de associar à imagem o aluno contou uma a uma as 9 pintas e rodeou esse mesmo conjunto.

A escolha de cartas representativas com menos duas pintas resultou numa disposição triangular para o 3, uma disposição com características similares às cartas de jogar para o 7 e uma disposição linear para o 2 (Figura 190).



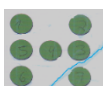
**Figura 190.** Registos do Vasco na resolução da tarefa 5 (menos duas pintas – 3, 7 e 2)

Nos números 2 e 3 surgiu o *subitizing* percetual, no entanto no número 2, o registo remetia para a contagem um a um. No que concerne ao 3 e ao 7 evidenciou-se o *subitizing* conceptual. Para a primeira situação, tendo em atenção que o triângulo estava invertido, o aluno visualizou os conjuntos dispostos em linha, formulando a expressão  $2+1$  (Figura 190). No caso do 7, o Vasco também evidenciou essa estratégia, associando-lhe a expressão  $5+2$  a partir da identificação dos conjuntos, dizendo “tenho aqui 5, mais 2, 7”. Aquando da discussão em grande grupo, para além desta associação, modelou essa expressão com os dedos, mostrando 5 dedos levantados e na outra mão 2 dedos, dizendo “ $5+2$  é 7” (Figura 191). A escolha desta carta apresenta semelhanças com a carta de base (o 9) que apresentava uma disposição retangular.



**Figura 191.** Registo do Vasco na resolução da tarefa 5 – discussão em grande grupo (menos duas pintas – 7)

O Vasco também estabeleceu relações parte-parte-todo não tendo em atenção a disposição apresentada ao registar o  $6+1$ . Na tentativa de associar ao contexto visual necessitou de contar o conjunto de 6. Na verbalização do seu raciocínio acabou por evidenciar o estabelecimento da relação numérica *mais um do que* “porque aqui nas 6 bolinhas tinha de ter as 6 para ir até às 7” (Figura 192). Na discussão em grande grupo o Vasco modelou a expressão com os dedos, mostrando inicialmente 6 dedos, dizendo “tenho 6 mais 1 (levantou outro dedo), 7”.



**Figura 192.** Registo do Vasco na resolução da tarefa 5 - discussão em grande grupo (menos duas pintas – 7)

No mesmo contexto o Vasco referiu o  $4+3$ , tendo inicialmente levantado 4 dedos numa mão e 3 na outra, dizendo “tenho 4, mais 3, 7”. Os dedos acabaram por constituir um modelo importante para o Vasco validar o seu raciocínio. Na associação ao contexto visual a identificação foi diferente da que havia sido efetuada no registo, no entanto recorreu às mesmas estratégias: *subitizing* percetual e contagem um a um (Figura 193).

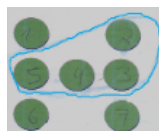


Figura 193. Registro do Vasco na resolução da tarefa 5 (menos duas pintas – 7)

Verificou-se que o aluno foi capaz de escolher cartas que remetiam para as quantidades propostas, tendo as suas escolhas recaído sobre cartas com disposições padronizadas. A escolha de cartas com este tipo de disposições permitiu a emergência do *subitizing* percetual e conceptual. A contagem um a um esteve associada a outras estratégias de contagem como o *subitizing* percetual quando o aluno procurou estabelecer relações numéricas parte-todo e para justificar o *subitizing* percetual. A modelação com os dedos também foi uma estratégia usada pelo Vasco.

## Tarefa 6: Calcula com a Calculini

Na fase exploratória da tarefa o Vasco conseguiu identificar as quantidades representadas nas peças de dominó visualizadas (Figura 194).

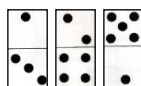


Figura 194. Peças de dominó exploradas no início da tarefa 6

Relativamente à primeira peça, referiu “2+2” justificando “vi 1, 2 e depois outros 2”, o que evidencia o *subitizing* conceptual. No que concerne à segunda peça observada, o aluno referiu que “tinha 4 com mais 2, 6”, usando a mesma estratégia. Relativamente à última peça, procurou decompor o número de pintas, sem ter em atenção a disposição espacial:

Vasco: 5.....não..... 4+2.

Investigadora: 4+2. Onde está isso? (o aluno levantou-se e foi apontar na peça)

Vasco: Estes 4 mais estes de baixo (associou uma das pintas do 5 à pinta que estava isolada).

Para descobrir o número de pintas nas peças afixadas na *Calculini*, o Vasco começou por identificar as quantidades representadas em cada uma das peças (Figura 195).



Figura 195. Registro do Vasco na fase exploratória da tarefa 6 (número 20)

Neste sentido, foi questionado para que explicasse como sabia que estavam 20 pintas:

Investigadora: Tu estiveste a dizer o número de pintas que estavam em cada uma das peças. Como podemos saber quantas pintas temos no total?

Vasco: Tem aqui 6 (apontou para a peça com 6/0), 8.

Investigadora: 8? Onde viste o 8?

Vasco: Com mais 2 é 8 com mais 3, 8... 9, 10, 11.

Investigadora: E depois?

Vasco: Com mais dois.

Investigadora: Quanto dá?

Vasco: 13.

Investigadora: E depois?

Vasco: 13 mais um, 14.

Investigadora: E depois?

Vasco: Com mais 5, 20.

Investigadora: 14 com mais 5 dá 20? (o aluno efetuou a contagem pelos dedos a partir do número 14 e reformulou a resposta)

Vasco: 19. 19 mais 1, 20.

O Vasco foi adicionando as parcelas duas a duas, contando por saltos. No momento em que sentiu dificuldades em adicionar o 14 a 5 recorreu à contagem *a partir de*.

Quando foi solicitado que os alunos descobrissem 4 peças para obter o número 12, o Vasco chamou a atenção da investigadora para o facto de já ter descoberto as peças pretendidas. As peças escolhidas foram 5/5 e 1/1, tendo assim mobilizado o *subitizing* conceptual, como se verifica pela sua explicação: “5+5 dá 10 com estes dois dá 12”. Esta observação revela a utilização de factos específicos: os dobros. A investigadora sublinhou que deveria escolher 4 peças para obter o número em questão. O Vasco acabou por reformular o seu raciocínio escolhendo outras peças (Figura 196).

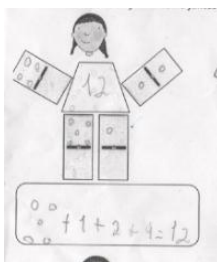


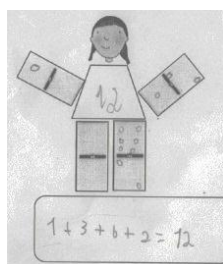
Figura 196. Registo da resolução do Vasco na tarefa 6 (número 12)

Face ao registo apresentado pretendeu-se saber como garantia que tinha 12 pintas. Nesse sentido, partindo do 5, verbalizou a *contagem a partir de*, efetuando simultaneamente a correspondência termo a termo, o que permitiu evitar erros na contagem. Apesar da emergência de tal estratégia é de salientar que, ao longo de toda a tarefa, o aluno mobilizou sempre o *subitizing*. Aquando da discussão em grande grupo, o Vasco evidenciou outras estratégias de contagem (Figura 197).



**Figura 197.** Registro do Vasco na resolução na tarefa 6 - discussão em grande grupo (número 12)

Inicialmente usou a modelação com os dedos para representar as quantidades referidas. Segundo o aluno, “tinha 4+2, 6 Com mais 5, 11, com mais 1, 12”. O Vasco efetuou a adição sucessiva de duas parcelas após ter identificado os números envolvidos. O aluno apresentou outra decomposição para o número 12, tendo para isso recorrido ao *subitizing* percetual para identificar as diferentes quantidades dispostas nas peças de dominó (Figura 198).



**Figura 198.** Registro do Vasco na resolução na tarefa 6 (número 12)

O Vasco escolheu 3 peças e disse “tenho 6+2, 8, com mais 2, 10, com mais um, 11, mais este 12”. Tendo o aluno escolhido apenas 3 peças foi-lhe perguntado como seria a peça que faltava, ao que respondeu “não. É esta (apontou para a peça sem nenhuma pinta), 12+0 é 12”. Esta situação revela o conhecimento do zero enquanto elemento neutro na adição.

Quando foi solicitado que os alunos escolhessem 4 peças cuja soma das pintas fosse 8, o Vasco descobriu duas peças que perfaziam a quantidade pretendida dizendo “já sei. 5+3 dá 8, 6+2 também dá 8”, mostrando as duas peças escolhidas. Desta forma, mobilizou o *subitizing* conceptual. A investigadora sublinhou a importância de serem necessárias 4 peças para obter a quantidade pretendida. Pensando noutras formas de obter o número 8, o Vasco descobriu que “2+2, 4, 6, 8” (Figura 199). Apesar das peças escolhidas não remeterem imediatamente para o tipo de contagem efetuada, sentiu-se mais confortável a efetuar a contagem por saltos de 2 em 2.



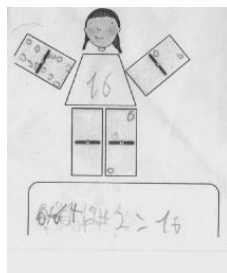


Figura 202. Registo do Vasco na resolução na tarefa 6 (número 16)

O último número a ser decomposto foi o 24 tendo o Vasco escolhido 4 peças (6/5, 5/2, 1/1 e 5/0) por tentativa e erro. Segundo o aluno, a soma das pintas daria 24, situação que não se verificou. Para demonstrar a validade do seu raciocínio disse:

Vasco: 6+5, 11, com mais 2, 13, com mais 5, 18 com mais 2, 20. Aqui tem um a mais (concluiu o aluno quando olhou para a peça com 5 pintas que não havia adicionado).

Para reformular o seu raciocínio, o aluno procurou uma peça com menos uma pinta (4), sem alterar as restantes peças. O aluno substituiu a peça 5/0 pela peça 3/1, que assumiu como tendo 4 (Figura 203).



Figura 203. Registo do Vasco na resolução na tarefa 6 (número 24)

Houve a mobilização de factos específicos, tendo com facilidade calculado mentalmente as diferentes parcelas, tendo em atenção o que foi visualizado em cada peça, no entanto, a dado momento, recorreu à *contagem a partir de*. Pensando noutras formas de obter o número o Vasco escolheu mais de 4 peças, pelo que a investigadora sublinhou a necessidade de serem 4:

Investigadora: Quanto é que dá o que está nessa peça? (peça 6/5)

Vasco: 11.

Investigadora: E mais quanto?

Vasco: 11....12,13,14 (pegou na peça 2/1).

Investigadora: 14 e agora 14 mais?

Vasco: 14+4 (escolheu a peça 2/2).18

Investigadora: Quantos faltam para chegar a 24?

Vasco: 18...19, 20, 21, 22, 23, 24. (o aluno conta pelos dedos). Faltam 6.

Investigadora: Quantas pintas então tem de ter a próxima peça?

Vasco: 6 (escolheu a peça 6/0)

O Vasco foi ajustando as suas estratégias. Evidenciou o *subitizing* a par do conhecimento de factos específicos. A *contagem a partir de* surgiu para efetuar transições e descobrir o número de pintas que a última peça deveria ter. O Vasco efetuou o seu registo (Figura 204).



**Figura 204.** Registo do Vasco na resolução na tarefa 6 (número 24)

O contexto apresentado permitiu que o aluno mobilizasse o *subitizing* conceptual e percetual e os seus conhecimentos de factos específicos. O estabelecimento de relações numéricas foi útil para a reformulação de raciocínios. A contagem por saltos de 2 em 2 traduziu-se na escolha de peças que apresentavam disposições dos números 1, 2 e 3. Por outro lado, a contagem *a partir de* surgiu para efetuar transições entre parcelas e para descobrir o número de pintas da peça que faltava.

### **Tarefas noutros contextos visuais**

As últimas sete tarefas a ser implementadas tinham uma estrutura similar, tendo por base a contagem de elementos dispostos em arranjos particulares. Neste sentido serão apresentadas as estratégias e dificuldades evidenciadas em cada tarefa por parte do Vasco.

#### ***Tarefa 7: Contando dedos e pés***

Após a apresentação da tarefa *Contando dedos e pés* (Anexo 23), os alunos iniciaram a sua resolução. A investigadora aproximou-se do Vasco para o questionar relativamente ao número de pés representados na imagem:

Investigadora: Vasco quantos pés estão na imagem?

Vasco: 12.

Investigadora: Como viste que estão 12?

Vasco: contei os pés. Tenho 12 pés.

Investigadora: E como é que tu contaste?

Vasco: Quando eu vi contei assim, de 2 em 2.

Investigadora: Como é que contaste?

Vasco: 2, 4, 6, 8, 10, 12.

A contagem por saltos emergiu da disposição dos pés em pares, como se pode confirmar também pelo registo efetuado pelo Vasco (Figura 205).



**Figura 205.** Registo do Vasco na resolução na tarefa 7 (número de pés)



Aquando da discussão em grande grupo o aluno referiu a expressão  $10+2$ , proposta que não emergiu da imagem pois quando tentou transpor para o contexto, efetuou a contagem um a um dos 10 pés e assinalou depois os restantes 2.

Relativamente ao número total de dedos, o Vasco teve como referência o número de dedos presentes em dois pés e por isso contou por saltos de 10 em 10, registando essa estratégia (Figura 206). Na discussão em grande grupo fez alusão a essa mesma estratégia dizendo “aqui estes dois 10, aqui 20, aqui 30, aqui 40, aqui 50, aqui 60” (Figura 206).



*Figura 206.* Registos do Vasco na resolução na tarefa 7 (número de dedos)

A contagem dos dedos não incidiu apenas na contagem por saltos de 10 em 10 mas também na contagem de 20 em 20, ao agrupar conjuntos de 2 pares de pés. O aluno marcou na imagem esses conjuntos, registando a expressão correspondente (Figura 207).



*Figura 207.* Registos do Vasco na resolução na tarefa 7 - discussão em grande grupo (número de dedos)

No momento da discussão em grande grupo o Vasco também propôs a contagem por saltos de 5 em 5 (Figura 208). Neste sentido, o Vasco acabou por mobilizar o seu conhecimento acerca do número de dedos presentes em cada pé, evidenciando o *subitizing* conceptual.

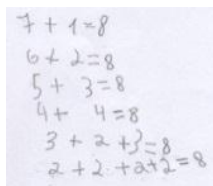


*Figura 208.* Registo do Vasco na resolução na tarefa 7 - discussão em grande grupo

O aluno recorreu a estratégias de contagem eficazes para descobrir o número de pés e de dedos, tendo por base o contexto visual apresentado. Privilegiou essencialmente o *subitizing* e a contagem por saltos (de 2 em 2, de 5 em 5, de 10 em 10 e de 20 em 20). O recurso a este tipo estratégias assentou no conhecimento do número de dedos presentes em cada um dos pés e no agrupamento dos pés 2 a 2 na imagem.

### **Tarefa 8: Cuidado com o gato!**

Na implementação da tarefa *Cuidado com o gato!* (Anexo 24), tal como outros alunos, o Vasco começou por recorrer à contagem um a um para identificar o número de gatos. Quando foi dito que deveriam encontrar formas rápidas de contar e registar como tinham pensado, imediatamente o aluno disse “eu vou fazer contas”. Quando a investigadora analisou a folha de registo observou diversas expressões numéricas que remetiam para o número de gatos, não havendo no entanto qualquer associação à imagem (Figura 209).

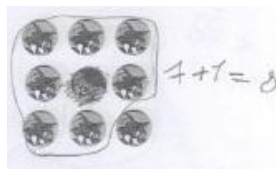


Handwritten mathematical expressions on a piece of paper:

$$\begin{aligned}7 + 1 &= 8 \\6 + 2 &= 8 \\5 + 3 &= 8 \\4 + 4 &= 8 \\3 + 2 + 3 &= 8 \\2 + 2 + 2 + 2 &= 8\end{aligned}$$

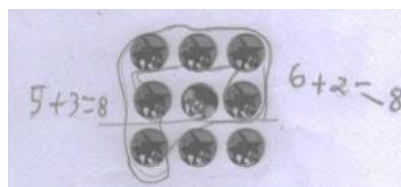
**Figura 209.** Registo do Vasco na resolução na tarefa 8 (relações parte-parte-todo)

Face a esta situação, solicitou-se que o aluno olhasse para a imagem para fundamentar o cálculo do número de gatos. Neste sentido, referiu a expressão  $7+1$ , usando a contagem um a um para verificar o número de gatos, situação que não estava associada ao contexto visual mas constituía uma forma de decompor o número 8, tendo dito “ $7+1$ . 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 mais 1, são estes 7 mais 1, 8” (Figura 210).



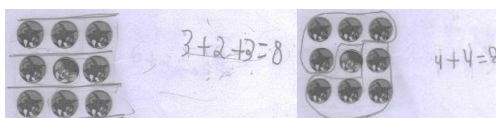
**Figura 210.** Registo do Vasco na resolução da tarefa 8

O aluno referiu também o  $6+2$  e o  $5+3$  através do *subitizing* conceptual. Para a primeira situação, ao efetuar a marcação na imagem disse “aqui estão 6 neste conjunto (indicou o resultado sem o rato). Este não conta (apontou para o rato) mais 2, 8”. O aluno estabeleceu uma relação do tipo *menos um do que*, assumindo que se o somasse não obteria o número pretendido (Figura 211). Por outro lado, através do *subitizing* conceptual o Vasco identificou um conjunto de 5 e um conjunto de 3 pois, “tem aqui 3, mais estes 2, 5, (apontando para a disposição retangular) mais 3 é 8”. A visualização acabou por ser um bom meio para o Vasco validar e clarificar o seu raciocínio, tendo decomposto um dos números considerando a disposição dos conjuntos que remetiam para essa decomposição (Figura 211).



**Figura 211.** Registo do Vasco na resolução da tarefa 8

Por outro lado, identificou também conjuntos dispostos na horizontal, formulando a expressão  $3+2+3$ , explicando ao associar à imagem, “tem aqui 3, mais 2, mais 3” (Figura 212). O contexto visual foi potenciador da identificação de um facto específico, o dobro,  $4+4$ , tendo em atenção a disposição dos gatos (Figura 212).



**Figura 212.** Registos do Vasco na resolução da tarefa 8

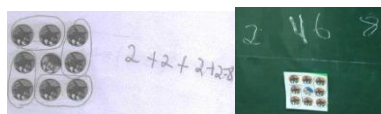
Por fim, o Vasco decompôs visualmente o número 8 em conjuntos de 2, que se traduziu na expressão  $2+2+2+2$ , assinalando os diferentes conjuntos na imagem (Figura 213). Para explicar este raciocínio usou a contagem por saltos de 2 em 2:

Vasco: contei assim 2, 4, 6, 8.

Investigadora: Estás a contar de quantos em quantos?

Vasco: De 2 em 2.

Esta estratégia também foi evidenciada aquando da discussão em grande grupo (Figura 213), a par do *subitizing* conceptual.



**Figura 213.** Registos do Vasco na resolução da tarefa 8

Conclui-se que inicialmente o aluno estava demasiado dependente do contexto numérico, levando-o à formulação de expressões numéricas que lhe permitiram obter o resultado pretendido mas sem associação à imagem. Assim, a procura de estabelecer relações parte-parte-todo traduziu-se na emergência da contagem um a um quando as expressões não eram evidentes na imagem. O *subitizing* conceptual foi importante surgindo também associado à contagem por saltos de 2 em 2 e ao reconhecimento de factos específicos.

### **Tarefa 9: As flores do jardim**

Na resolução da tarefa *As flores do jardim* (Anexo 25), aquando da distribuição da folha de registo, referiu-se que se pretendia saber o número de flores presentes na imagem. Tal como

alguns alunos, o Vasco efetuou a contagem um a um, tendo apenas contado 14 flores. Quando um dos alunos disse que eram 15 o Vasco voltou a contar as flores:

Investigadora: Quantas flores estão na imagem?

Vasco: 15.

Investigadora: Como chegaste ao número 15?

Vasco: contei de um em um. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.

Investigadora: Então parece que fizeste algo mal.

Vasco: Só pus 14.

Apesar de ter recorrido a esta estratégia de contagem, o Vasco reformulou o seu raciocínio:

Investigadora: Quantas flores estão?

Vasco: 15.

Investigadora: Como contaste?

Vasco: Estive a contar de 2 em 2.

Investigadora: Como é que contaste de 2 em 2?

Vasco: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 15.

O Vasco apoiou-se na identificação visual de conjuntos de duas flores, que se traduziu no recurso ao *subitizing* e à contagem por saltos. Para registar este raciocínio, o aluno escreveu os saltos de 2 em 2, verbalizando-os à medida que ia escrevendo, associando assim o contexto apresentado à expressão numérica formulada (Figura 214).

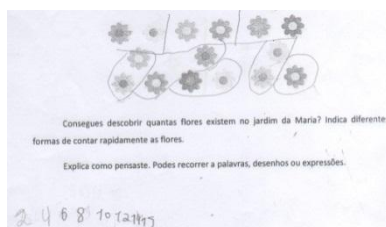


Figura 214. Registo do Vasco na resolução da tarefa 9

Por outro lado, o Vasco recorreu à contagem por saltos de 3 em 3 dizendo “3, 6, 9, 12, 15”, tendo associado igualmente à identificação de conjuntos através do *subitizing* conceptual (Figura 215). A contagem por saltos de 4 em 4 também foi referida, igualmente apoiada no contexto visual (Figura 215).

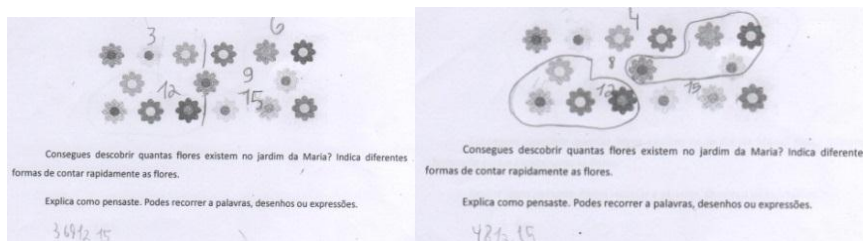
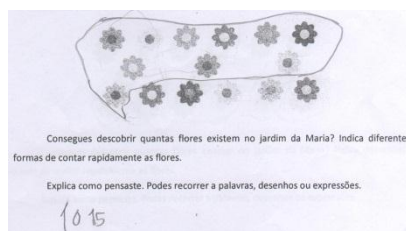


Figura 215. Registos do Vasco na resolução da tarefa 9

Por fim, o Vasco propôs ainda “10, 15”, situação que foi por ele registada (Figura 216). No entanto, esta situação não se apoiou na disposição padronizada do 5, tendo o aluno contado o

conjunto com 10 flores “de um em um”, rodeando depois o conjunto com 5 flores, evidenciando *subitizing* perceptual.

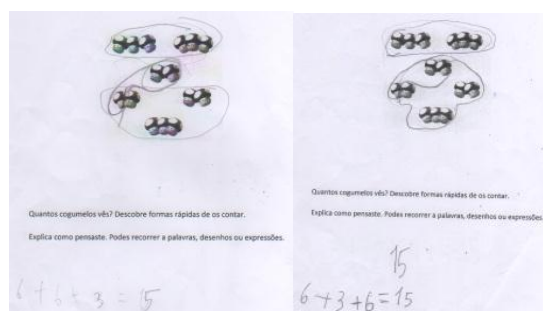


**Figura 216.** Registro do Vasco na resolução da tarefa 9

Conclui-se que o Vasco, ao longo da tarefa, associou a contagem por saltos ao *subitizing*. A disposição padronizada do 5 não serviu de base à formulação das suas expressões como seria expectável tendo levado à emergência da contagem um a um.

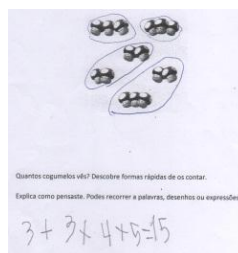
### **Tarefa 10: Apanha os cogumelos**

Na tarefa *Apanha os cogumelos* (Anexo 26), para descobrir o número de cogumelos o Vasco apoiou-se na formação de agrupamentos visuais. Inicialmente registou a expressão  $6+6+3$ . Quando lhe foi pedido para associar à imagem, reconheceu as diferentes quantidades evidenciando o *subitizing* conceptual (Figura 217). Segundo o Vasco,  $6+6+3$  é 15 pois “ $3+3$  é 6, mais 6, 12, mais 3, 15”. A visualização e o conhecimento de factos específicos, como o dobro, permitiram que o Vasco chegasse ao resultado correto. Aquando da discussão em grande grupo, identificou os mesmos conjuntos que havia rodeado na folha de registo. Face à mesma identificação visual, o aluno associou a expressão numérica  $6+3+6$  dizendo “estes 6, com estes 3 e com estes 6” (Figura 217). Quando explicitou o seu raciocínio acabou por reagrupar os conjuntos e recorrer às partes para obter o todo, dizendo “9 com mais estes 3, 12, com mais 3, 13, 14, 15”. Para concretizar o cálculo mentalmente apoiou-se na contagem *a partir de*.



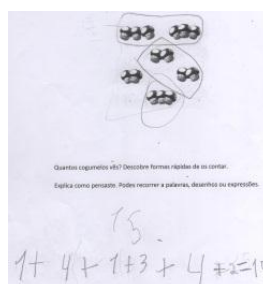
**Figura 217.** Registos do Vasco na resolução da tarefa 10

O aluno reagrupou os cogumelos através do *subitizing* conceptual (Figura 218), explicando “ $3+3$ , 6, com mais 4, 10, com mais 5, 15”. A presença do número 10 facilitou o cálculo mental.



**Figura 218.** Registo do Vasco na resolução da tarefa 10

Por fim, o Vasco registou uma expressão numérica que não correspondia à identificação feita na imagem (Figura 219).



**Figura 219.** Registo do Vasco na resolução da tarefa 10

Contudo, foi possível constatar, através da conversa com o aluno, que este efetuou a decomposição do número 6, apesar de não ter salientado essa decomposição na imagem:

Investigadora: Por que colocaste aqui  $1+4+1+3+4+2$ ?

Vasco:  $1+4$  dá 5 com mais 1 dá 6. Tenho aqui 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Investigadora: Onde está isso na imagem?

Vasco: Tem aqui em cima. Tem aqui  $4+1$ , 5, mais 1, 6, mais 3, 10.

Investigadora:  $6+3$  dá 10?

Vasco: 6...7, 8, 9. 9 com mais 4, 15.

Investigadora:  $9+4$  dá 15?

Vasco: 9...10, 11, 12, 13. Com mais 2, 15.

O facto de ter usado demasiadas decomposições conduziu a alguns erros de cálculo, levando o Vasco a recorrer à contagem *a partir de* para verificar e retificar o seu raciocínio.

Aquando da discussão em grande grupo evidenciou o *subitizing* percetual através do reconhecimento visual dos diferentes agrupamentos de cogumelos dispostos na imagem. Este conhecimento foi ainda associado a factos específicos, em conjugação com a contagem por saltos de 2 em 2 e da contagem *a partir de*, e que se evidenciaram na verbalização do raciocínio “ $3+3$ , 6, mais 2, 8, mais 2, 10, mais 2, 12, 13, 14, 15”.

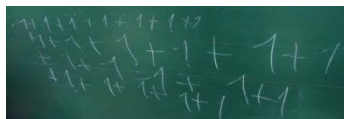
Aquando da discussão em grande grupo, o Vasco referiu a expressão  $10+5$ , situação que se revelou descontextualizada uma vez que o levou à contagem um a um do conjunto com 10 cogumelos, evidenciando o *subitizing* percetual apenas para o conjunto com 5 elementos.

***Tarefa 11: A caminhada dos caracóis***

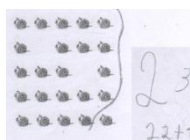
Após a tarefa dos cogumelos, nesse mesmo dia, os alunos resolveram a tarefa *A caminhada dos caracóis* (Anexo 27). O Vasco começou por contar um a um o número de caracóis, estratégia que ficou bem patente na sua resposta:

Após a tarefa dos cogumelos, nesse mesmo dia, os alunos resolveram a tarefa *A caminhada dos caracóis* (Anexo 27). O Vasco começou por contar um a um o número de caracóis, estratégia que ficou bem patente na sua resposta:

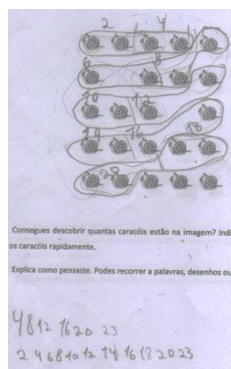
Ao efetuar essa contagem o Vasco foi apontando para cada caracol, realizando assim a correspondência termo a termo. O registo desta estratégia ocorreu aquando da discussão em grande grupo (Figura 220).



O Vasco continuou descentrado do contexto visual, referindo outra expressão numérica, baseada na decomposição do 23 mas sem associação à imagem, 22+1. Colocou um traço para distinguir os dois conjuntos, separando um caracol dos restantes, traduzindo-se numa relação numérica do tipo *mais um do que* (Figura 221). Neste caso, não realizou qualquer verificação pois já sabia o resultado através da contagem um a um.



O Vasco associou igualmente o *subitizing* perceptual à contagem por saltos. O aluno agrupou os caracóis em conjuntos de 2 pois, segundo ele, poderia “contar de 2 em 2”. Registou assim essa forma de contagem à medida que ia verbalizando “2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 23” (Figura 222). Apesar de ter efetuado a contagem de 2 em 2, quando chegou ao número 20 acabou por adicionar mais 3, não concluindo a contagem por saltos de 2 em 2.



**Figura 222.**Registo do Vasco na resolução na tarefa 11

Face ao registo apresentado (Figura 222) a contagem por saltos voltou a evidenciar-se:

Vasco: Podemos contar de 4 em 4.

Investigadora: Como é de 4 em 4?

Vasco: 4 (o aluno foi rodeando os conjuntos à medida que foi fazendo a contagem), 8, 12, 16, 17, 18, 19, 20, 20, 23.

Investigadora: Fizeste conjuntos de quantos?

Vasco: De 4 em 4.

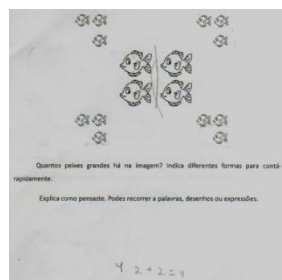
A contagem de 4 em 4 ainda não está bem assimilada pelo aluno, o que o levou a recorrer à contagem *a partir de* para continuar a sequência numérica. O Vasco também compreendeu que, apesar de estar a fazer a contagem por saltos de 4 em 4, chegando a 20 era necessário adaptar a sua contagem, tendo em atenção que teria de obter 23 elementos.

Verifica-se que apesar do Vasco inicialmente ter evidenciado a contagem um a um, o que lhe permitiu usar um facto específico,  $22+1$ , privilegiou a contagem por saltos de 2 em 2, de 3 em 3 e de 4 em 4. Estas estratégias não estiveram diretamente associadas ao contexto apresentado, no entanto foram estratégias eficientes para justificar o número de caracóis encontrado. A contagem *a partir de* surgiu para efetuar a transição entre parcelas quando a contagem por saltos se tornou mais complexa.

### ***Tarefa 12: Que grande peixeirada!***

Na fase introdutória da tarefa *Que grande peixeirada!* (Anexo 28), o aluno participou ativamente dizendo nomes de animais que vivem no mar. Quando foi pedido para descobrirem o número de peixes grandes na imagem efetuou o seu registo, escrevendo apenas 4. Quando questionado porque o havia escrito disse “olhei e vi logo que estavam 4 peixes”, o que evidencia o *subitizing* perceptual. Apesar deste reconhecimento, registou a expressão numérica  $2+2$  pois, segundo o Vasco “eram estes 2 mais estes 2”, o que evidencia o reconhecimento visual das partes que constituem o todo, o *subitizing* conceptual (Figura 223).





**Figura 223.** Registo do Vasco na resolução da tarefa 12 (número de peixes grandes)

Relativamente ao número de peixes pequenos, apoiou-se na contagem um a um a par do conhecimento de factos específicos que não estavam evidentes na disposição apresentada (Figura 224).

Vasco: 11+1

Investigadora: Onde está isso na imagem?

Vasco: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Estes todos mais 1.

Investigadora: O que é que isso significa?

Vasco: 11+1,12

Da mesma forma procedeu para o 10+2. Estes factos numéricos tiveram apenas em vista a decomposição do número de peixes sem associação ao contexto visual (Figura 224).



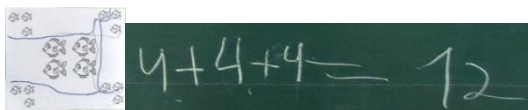
**Figura 224.** Registos do Vasco na resolução da tarefa 12 (número de peixes pequenos)

Contudo, aquando da discussão em grande grupo, o aluno teve em atenção a disposição apresentada, formulando a expressão  $9+3$ . Para justificar o seu raciocínio apoiou-se na contagem por saltos de 3 em 3, tendo em atenção a disposição apresentada: “são estes 3, mais estes 3, mais estes 3 são 9, mais 3, 12”. Para além disso, tendo em atenção os agrupamentos de 3 peixes pequenos, o aluno registou a expressão numérica  $3+3+3+3$ . Assim, associou o *subitizing* conceptual com a contagem por saltos de 3 em 3 pois “3, 6, 8 (reformulou) 9, 12” e que se traduziu no seu registo (Figura 225).



**Figura 225.** Registo do Vasco na resolução da tarefa 12 - discussão em grande grupo (número de peixes pequenos)

A contagem por saltos de 4 em 4 esteve associada ao contexto visual, tendo o Vasco dito “estes 4, mais estes 4 é 8, mais estes 4, 9, 10, 11, 12. É 12.” A dificuldade em efetuar a última transição levou à emergência da contagem *a partir de* (Figura 226).



**Figura 226.** Registos do Vasco na resolução da tarefa 12 - discussão em grande grupo (número de peixes pequenos)

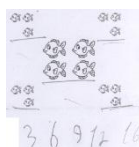
Relativamente ao número total de peixes o Vasco verbalizou a contagem por saltos:

Investigadora: Como viste logo que estavam 16?

Vasco: contei 3, 6, 8 (reformulou), 9, 12, 16.

O aluno assinalou na imagem os diferentes conjuntos, através do *subitizing* conceptual.

Recorreu igualmente à contagem por saltos de 3 em 3, aos quais teve de adicionar 4 (Figura 227).



**Figura 227.** Registo do Vasco na resolução da tarefa 12 (número total de peixes)

Verificou-se que, relativamente aos peixes pequenos, o aluno acabou por se apoiar em expressões numéricas que permitiam decompor a quantidade em questão através da contagem um a um. Apesar desta situação, acabou por fazer a associação à disposição dos peixes, permitindo a emergência do *subitizing* a par da contagem por saltos. Assim, o arranjo visual permitiu a descoberta de estratégias de cálculo mais eficazes.

### ***Tarefa 13: Dados com pinta***

Na fase exploratória da tarefa *Dados com pinta* (Anexo 29), o Vasco identificou de imediato as disposições padronizadas das diferentes faces do dado (*subitizing* perceptual). No entanto, após a distribuição da folha de registo, e mesmo antes da investigadora terminar a leitura do enunciado, efetuou a contagem um a um das pintas, concluindo “tem 24”:

Investigadora: Vasco, quantas pintas estão na imagem?

Vasco: Estão 24.

Investigadora: O que é que tu fizeste para descobrir que estavam 24?

Vasco: Vi logo.

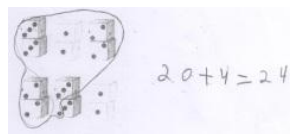
Investigadora: Não pudeste olhar para aí e ver logo que estavam 24. Tiveste de fazer alguma coisa.

Vasco: contei de um em um.

Investigadora: E como é que se conta de um em um?

Vasco: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24. (apontou para as diferentes pintas dos dados).

Quando lhe foi pedido para arranjar uma forma mais rápida para contar o número de pintas, o aluno disse “20+4” (Figura 228).



*Figura 228.* Registo do Vasco na resolução da tarefa 13

Esta situação é reveladora da utilização de um facto memorizado pelo aluno e que nada tinha a ver com o contexto em questão, o que evidenciou na sua justificação:

Vasco: 20+...

Investigadora: Eu não quero que me digas contas que achas que dá 24. Quero que olhes para a imagem.

Vasco: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.

Investigadora: O que estás fazer?

Vasco: Quero isto e depois mais estas e por 20+4. (pretendia associar a expressão numérica ao contexto)

Investigadora: Mas tu olhando para aí viste logo o 20+4?

Vasco: Não.

O Vasco referiu também o 21+3, facto que não era evidente na imagem, tendo apresentado a justificação:

Vasco: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20.....

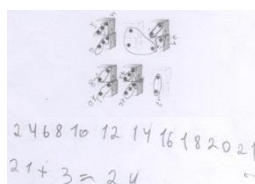
Investigadora: Onde está isso na imagem?

Vasco: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 (o aluno não havia marcado o número 20)

Investigadora: E agora?

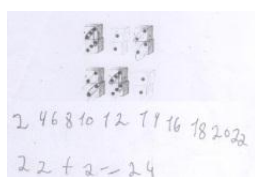
Vasco: Não é preciso marcar pois já sabemos (o aluno referia-se ao facto de existirem 3 pintas). 20, 21+3, 24.

O aluno acabou por se basear na contagem por saltos de 2 em 2. Esta associação entre a estratégia de contagem e contexto visual foi evidente, uma vez que o aluno colocou ao lado de cada um dos conjuntos de 2 o salto correspondente (Figura 229).



*Figura 229.* Registo do Vasco na resolução da tarefa 13

Por outro lado, o Vasco decompôs visualmente o número 24 em conjuntos de 2, registando a expressão 22+2 (Figura 230).



*Figura 230.* Registo do Vasco na resolução da tarefa 13

O reconhecimento visual dos números dispostos de uma forma padronizada permitiu a associação da contagem por saltos de 3 em 3:

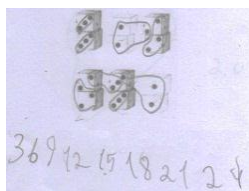
Investigadora: Quantas pintas estão nos dados?

Vasco: 24.

Investigadora: Como descobriste que estavam 24?

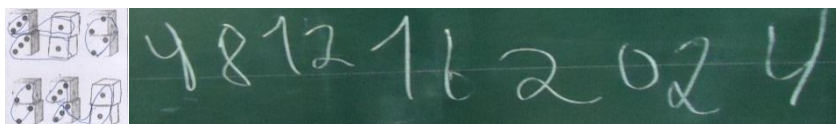
Vasco: contei de 3 em 3. 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24.

A expressão do seu raciocínio, associada à identificação dos conjuntos no contexto visual, traduziu-se na indicação dos diferentes saltos que havia efetuado (Figura 231). Ao marcar na imagem foi verbalizando essa contagem.



**Figura 231.** Registo do Vasco na resolução da tarefa 13

Aquando da discussão em grande grupo, o Vasco também se apoiou na contagem por saltos de 4 em 4 que associou primeiro à imagem ao identificar os conjuntos através do *subitizing* (Figura 232) e depois escreveu os saltos de 4 em 4. Aquando da verbalização destes saltos, na transição do 16 para o 20, efetuou a contagem *a partir de*, apoiando-se nos dedos.



**Figura 232.** Registos do Vasco na resolução da tarefa 12 - discussão em grande grupo

Como se pode verificar, o Vasco recorreu à contagem um a um para verificar o número de pintas presentes nos dados. Contudo, acabou por reformular a sua estratégia quando lhe foi dito para encontrar uma forma mais rápida de contagem. Neste sentido, apoiou-se em factos específicos que não estavam evidentes na imagem, usando a contagem por saltos à qual associou o *subitizing*. Por outro lado, recorreu à contagem um a um para formular a expressão  $20+4$  estabelecendo relações parte-parte-todo. O recurso à contagem *a partir de* serviu de apoio à transição entre parcelas, estando por vezes associada à modelação com os dedos.



## CAPÍTULO VII – DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Neste capítulo começa-se por apresentar uma síntese do estudo, por forma a salientar as principais fases. Seguidamente são estruturadas as conclusões do estudo, organizadas de acordo com as questões de investigação, tendo por base a análise comparativa dos casos. Finalmente é feita uma reflexão centrada nas dificuldades sentidas pela investigadora, nas limitações do estudo, terminando com algumas recomendações para a prática profissional e para futuros trabalhos de investigação.

### Síntese do estudo

Com a realização deste estudo, que decorreu durante o ano letivo 2011/2012, pretendeu-se compreender a forma como tarefas de contagem em contextos visuais influenciam o desenvolvimento do sentido de número em alunos do 1º ano de escolaridade. Neste sentido, foi analisado, de uma forma detalhada, o trabalho desenvolvido por uma turma do 1º ano de escolaridade, em particular de dois alunos dessa turma. Para atingir o objetivo proposto, foram formuladas as seguintes questões de investigação:

1. Que estratégias mobilizam os alunos na resolução de tarefas de contagem em contextos visuais?
2. Que dificuldades manifestam os alunos na resolução dessas tarefas?
3. Qual o impacto das tarefas de contagem em contextos visuais no desenvolvimento do sentido de número?

Tendo em conta a natureza das questões delineadas, optou-se por uma metodologia de investigação qualitativa, seguindo um *design* de estudo de caso. Foram assim escolhidos, de uma forma criteriosa, dois alunos da turma. A recolha dos dados foi realizada numa turma mista (1º e 2º anos), sendo que a investigadora não era a professora titular. Para recolher os dados, recorreu-se a diversas técnicas: observação, entrevistas, gravações áudio e vídeo, registos fotográficos e recolha documental. Foi estruturada uma sequência de 13 tarefas centradas em contextos visuais potenciadores de contagens. A escolha e adaptação destas tarefas teve por base o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME-DGIDC, 2007), tarefas implementadas noutros trabalhos de investigação e outras publicadas em documentos de apoio ao currículo. A implementação das tarefas decorreu em contexto de sala de aula, envolvendo todos os alunos do 1º ano de escolaridade. A análise dos dados seguiu o modelo proposto por Miles e Huberman (1994), sendo concretizada de forma indutiva, cíclica e integrada.

## Estratégias de contagem

As tarefas propostas neste estudo contemplaram duas vertentes que é pertinente diferenciar. Por um lado, os alunos foram confrontados com representações visuais que constituíam o contexto base para estabelecer as contagens. No entanto, em alguns casos, tinham de formular as suas próprias representações.

Na primeira situação, os contextos visuais explorados permitiram a emergência de diversas estratégias de contagem, sendo que algumas foram mais usadas do que outras. Essas estratégias podem ser categorizadas em: *subitizing* perceptual e conceptual; estabelecimento de relações numéricas do tipo *mais do que* e *menos do que*; utilização de números de referência como o 5 e o 10; contagem um a um; contagem *a partir de*; contagem por saltos; recurso à propriedade comutativa da adição; reconhecimento do zero como elemento neutro da adição; estabelecimento de relações parte-parte-todo. A emergência destas estratégias tão diversificadas é coerente com a ideia que as tarefas que envolvem contextos visuais potenciam o desenvolvimento de um pensamento mais flexível, diferentes formas de pensar, salientando aspetos associados ao conceito de número (e.g. Barbosa et al., 2011; Clements & Sarama, 2007; Howden, 1989).

O *subitizing* perceptual foi utilizado pelos alunos em diversos contextos. Foi privilegiado pelo Vasco na tarefa *As unhas da Sara*, o que evidencia o conhecimento por parte do aluno do padrão dos dedos (Clements, 1999). Considerou, neste caso, o 10 como número de referência, associando-o ao número de dedos das duas mãos (Barbosa et al., 2011), assumindo as partes como um todo. Revelou a tendência para associar o número de unhas pintadas e o número de unhas por pintar, realçando a ideia da formação da dezena (e.g. Fosnot & Dolk, 2001; Van de Walle et al., 2010). O *subitizing* perceptual também esteve associado a disposições padronizadas apresentadas nas tarefas *A Alice no País das Cartas* e *Cartas com pintas*. O Vasco e a Carla foram capazes de identificar imediatamente conjuntos de elementos entre 1 e 5. No entanto, é de destacar que o Vasco identificou, na tarefa *A Alice no País das Cartas*, uma disposição com 6 elementos, contrariando em parte o que se refere de que a partir do número 5 começa a ocorrer decomposição visual dos conjuntos (Bobis, 1996). Na verdade, é reconhecido que o uso de materiais que evidenciam disposições padronizadas, como os dominós ou as cartas, permitem a emergência do *subitizing* (e.g. Clements, 1999; ME-DGIDC, 2007). Na tarefa *Cartas com pintas* as disposições retangulares, inclusivamente com 9 elementos, foram imediatamente reconhecidas pelo Vasco, que evidenciou nestes casos o *subitizing* perceptual. Tal como refere Clements (1999)

as disposições retangulares são as mais fáceis de identificar pelas crianças, o que fundamenta esta situação.

Por outro lado, o estabelecimento de relações parte-parte-todo tendo por base o contexto visual, que remete para o *subitizing* conceptual, emergiu nas tarefas que envolviam as cartas, o dominó, a moldura do 10 e os dedos das mãos, mas também em tarefas noutros contextos visuais. Como referem alguns autores, as capacidades visuais estão naturalmente associadas a este tipo de materiais (e.g. Bobis, 2008; Clements, 1999; Van de Walle et al., 2010). Na tarefa *Quantos viste?* foi possível verificar que os alunos foram capazes de visualizar diferentes combinações aditivas, evidenciando esta estratégia especialmente quando as disposições eram mais padronizadas e os conjuntos mais evidentes (Bobis, 1996). Nas tarefas que envolviam os dedos, *As unhas da Sara* e *Contando dedos e pés*, usaram o 5 e o 10 como números de referência o que potenciou a emergência desta estratégia a par da contagem por saltos. No caso da tarefa *Que grande peixeirada!*, o facto de os elementos estarem associados em conjuntos com o mesmo número de elementos permitiu a associação do *subitizing* conceptual à contagem por saltos, situação que foi evidenciada pelos dois alunos. Desta forma houve o abandono da contagem um a um em favor de uma estratégia de contagem mais estruturada (Treffers, 2001). O reconhecimento de disposições padronizadas e a sua posterior decomposição em partes foi evidenciada pelos dois alunos na tarefa *A Alice no País das Cartas*, destacando-se nas cartas do 3 ao 10. Na tarefa *Calcula com a Calculini*, os alunos foram capazes de reconhecer visualmente factos específicos, como os dobros, que permitiriam decompor alguns dos números propostos usando uma única peça (e.g. 6/6, 4/4) (Castro & Rodrigues, 2008a). O conhecimento de disposições padronizadas do número 5, associado a contextos conhecidos, foi aplicado pela Carla na tarefa *As flores do jardim*, evidenciando o *subitizing* conceptual que constituiu uma estratégia de contagem mais rápida. Por outro lado, o contexto visual foi potenciador dessa estratégia. A aluna acabou por mobilizar os seus conhecimentos prévios, relacionando os números com as suas experiências (Howden, 1989). Neste âmbito, na tarefa *Dados com pinta* a Carla demonstrou ter usado uma estratégia de contagem eficiente, tendo-se apoiado no contexto visual, relacionando mentalmente os diferentes conjuntos sem os contar, atribuindo assim significado a esses factos básicos (Bobis, 1993; Castro & Rodrigues, 2008a), situação que foi evidenciada pelo Vasco na tarefa *Calcula com a Calculini*. Na tarefa *Dados com pinta*, para facilitar a contagem, a Carla acabou por efetuar a adição de parcelas iguais, reagrupando as pintas em conjuntos de 8, tendo em atenção os resultados obtidos da adição dos factos numéricos visualizados, evidenciando a contagem por saltos. Tal como referem Fosnot e Dolk (2001) os alunos tendem a efetuar



agrupamentos com o mesmo número de elementos para tornar mais simples a contagem. No caso da tarefa *Apanha os cogumelos* os alunos apresentaram diferentes formas de contar o número de elementos, efetuando diferentes agrupamentos com os subconjuntos já existentes, efetuando a associação entre expressão e contexto (Hope, 1988).

A contagem um a um foi uma estratégia privilegiada pela Carla na tarefa *Contando dedos e pés*. Face à eficácia dessa estratégia para descobrir o número de pés, a Carla usou-a para tentar descobrir o número de dedos, o que não se revelou adequada, uma vez que não efetuou corretamente a correspondência termo a termo (Reys et al., 2007). Na tarefa *A caminhada dos caracóis* a Carla, como a maioria dos alunos, preferiu a contagem um a um, situação que se pode dever ao facto de a imagem ter muitos elementos e não conseguir identificar conjuntos padronizados (Bobis, 1993), assim como pela inexistência de simetria que também pode suscitar a contagem um a um (Clements, 1999). Esta estratégia também foi usada pelo Vasco e pela Carla para justificar o que foi por eles visualizado assim como, para estabelecer relações parte-parte todo de uma forma descontextualizada, especialmente o Vasco. Nestes casos, associou-se a aplicação desta estratégia a algumas dificuldades evidenciadas pelos alunos, aspetos que serão refletidos na próxima secção deste capítulo.

A contagem *a partir de* foi usada pela Carla na tarefa *Calcula com a Calculini*. Apesar de ter usado o *subitizing*, quando mostrou as peças, apenas efetuou a adição das duas primeiras parcelas, procedendo posteriormente à contagem a partir do valor encontrado. Esta estratégia foi normalmente usada como forma de validar o raciocínio pois surgiu associada ao *subitizing* conceptual, por exemplo nas tarefas *Quantos viste?* e *Cartas com pintas*. Nas tarefas *Apanha os cogumelos* e *Que grande peixeirada!* os alunos apoiaram-se neste tipo de contagem para concretizar os cálculos. Na verdade é reconhecido que este tipo de estratégia é usada para resolver problemas de adição (Castro & Rodrigues, 2008a), permitindo colmatar algumas dificuldades de cálculo. Por outro lado, não ter um conhecimento consistente da contagem por saltos também motiva a emergência desta estratégia (Clements & Sarama, 2009). Isto verificou-se quando os alunos usaram a contagem por saltos de 3 em 3 e de 4 em 4.

A contagem por saltos foi uma estratégia muito usada pelo Vasco nas tarefas associadas a outros contextos visuais: *Contando dedos e pés*, *As flores do jardim*, *A caminhada dos caracóis*, *Que grande peixeirada!* e *Dados com pinta*. Na tarefa *Contando dedos e pés* ambos os alunos recorreram a esta estratégia, sendo que os dedos constituíram um contexto privilegiado para a contagem por saltos de 5 em 5 e de 10 em 10. O contexto visual foi potenciador deste tipo de estratégia, situação que também se evidenciou na tarefa *Que grande peixeirada!*, uma vez que

existiam grupos com o mesmo número de elementos. Nas tarefas *As flores do jardim* e *A caminhada dos caracóis*, apesar de inicialmente o Vasco ter usado a contagem um a um, optou pela contagem por saltos. Na primeira situação o Vasco não se apoiou nas disposições padronizadas do número 5, o que contraria o facto de se considerar que os alunos evidenciam sempre *subitizing* face a disposições padronizadas (Clements, 1999), mas já se evidenciou na Carla, o que permitiu que encontrasse uma estratégia de contagem mais rápida. Na tarefa *A Caminhada dos caracóis* o Vasco agrupou os elementos em conjuntos que lhe facilitariam o cálculo mental e, neste sentido, usou números de referência como o caso do 2, uma vez que não eram evidentes os conjuntos na imagem (Fosnot & Dolk, 2001), ao contrário da Carla que recorreu à contagem um a um. Na tarefa *Dados com pinta* o Vasco identificou disposições do 2 e do 3, o que o fez associar o *subitizing* conceptual à contagem por saltos de 2 em 2 e de 3 em 3, mobilizando os seus conhecimentos prévios relativamente aos padrões numéricos (Howden, 1989). Nesta tarefa, a Carla associou o *subitizing* conceptual, ao identificar os diferentes conjuntos dispostos na imagem, à contagem por saltos ao reagrupar esses mesmos conjuntos com o mesmo número de elementos para facilitar o cálculo mental. Assim, tal como referem alguns autores, o uso da contagem por saltos potencia um cálculo mais flexível (Anghileri, 2006) e pode estar associado a outras estratégias como o *subitizing* conceptual (Clements & Sarama, 2009). É importante o reconhecimento de padrões numéricos pois contribuem para um cálculo mental flexível (Anghileri, 2006; Fosnot & Dolk, 2001; Van de Walle et al., 2010).

Materiais como a moldura do 10, o dominó, as cartas e o recurso a outros modelos visuais, como o dos dedos, potenciam: o estabelecimento de relações numéricas do tipo *mais do que* e *menos do que*; a utilização de números de referência, como o 5 e o 10; e o estabelecimento de relações parte-parte-todo, associadas ao *subitizing* (Bobis, 2008; Treffers, 2001). Os números de referência 5 e 10 surgiram associados ao número de dedos das mãos e dos pés (*Contando dedos e pés*) tendo ambos os alunos evidenciado a contagem por saltos de 10 em 10, e o Vasco em particular de 5 em 5, associados ao *subitizing* conceptual, com o reconhecimento visual do padrão de dedos (Clements, 1999). O 5 assumiu um papel importante como valor de referência estando associado ao *subitizing* conceptual, facilitando o estabelecimento de relações parte-parte-todo (Castro & Rodrigues, 2008b). Por outro lado, a moldura do 10 permitiu a emergência de algumas relações numéricas. Ambos os alunos identificaram a relação *mais dois do que* na tarefa *Quantos viste?*. A Carla estabeleceu relações do tipo *menos um do que*, tendo o 10 como valor de referência. Nestes casos descreveram o que estavam a visualizar no contexto apresentado para decompor os números e explicar o seu raciocínio (Reys et al., 2007). Na tarefa *Cuidado com o*

*gato!* a Carla estabeleceu uma relação do tipo *menos um do que* para justificar o número de gatos. As tarefas *Quantos viste?* e *Cartas com pintas* fomentaram o estabelecimento de relações numéricas. No primeiro caso surgiram relações numéricas do tipo *mais um do que*, *mais dois do que*, e na segunda tarefa relações do tipo *mais um do que* e *menos dois do que*, relações que os alunos compreenderam facilmente (Baroody & Wilkins, 1999; Van de Walle et al., 2010).

O recurso à propriedade comutativa da adição, associada à visualização, permitiu que os alunos identificassem conjuntos diferenciados para os números, evidenciando também a capacidade da conservação, ou seja, compreenderam que mesmo face a disposições diferentes a quantidade não se altera numa situação de adição (Ponte & Serrazina, 2000). O reconhecimento do zero como elemento neutro foi um facto específico usado para justificar o *subitizing*, tanto percetual como conceptual, e foi emergindo um pouco ao longo de todas as tarefas, principalmente por parte da Carla.

As representações efetuadas pelos alunos envolveram dois modelos distintos: a moldura do 10 e as cartas convencionais, associadas às tarefas *Quantos viste?*, *A Rua dos Números Perdidos* e *Vamos inventar cartas novas*. Nas tarefas *Quantos viste?* e *A Rua dos Números Perdidos* ambos os alunos conseguiram estabelecer relações numéricas tendo por base o contexto apresentado, a moldura. Na tarefa *A Rua dos Números Perdidos* o Vasco e a Carla usaram relações numéricas para representar as quantidades pretendidas. A Carla recorreu a uma relação do tipo *menos do que*, efetuando desta forma a transição entre a representação pictórica e a cinestésica (Presmeg, 2006). Face ao que estava representado na moldura, a Carla usou os dedos para modelar a situação representada. O Vasco estabeleceu uma relação numérica do tipo *menos dois do que*. Estas evidências enfatizam a ideia de que a moldura do 10 favorece a formulação e compreensão de relações numéricas tendo o 10 como valor de referência (e.g. Castro & Rodrigues, 2008b; Howden, 1989).

Apesar dos alunos nas tarefas *Quantos viste?* e *A Rua dos Números Perdidos* terem evidenciado o *subitizing* conceptual, o Vasco apresentou disposições em que os conjuntos se encontravam mais evidentes. No entanto, ambos os alunos tentaram apoiar-se no que estavam a visualizar, descrevendo o que estava representado para justificar o seu raciocínio (Losq, 2005).

A contagem um a um foi usada pelo Vasco e pela Carla na tarefa *A Rua dos Números Perdidos*, uma vez que apresentaram disposições que não eram coerentes com a expressão numérica apresentada. O Vasco usou esta estratégia associada ao estabelecimento de relações parte-parte-todo sem atribuir significado ao contexto visual (Abrantes et al., 1999), situação que se evidenciou na tarefa *Vamos inventar cartas novas*, tendo privilegiado disposições lineares. A

Carla, por sua vez, associou este tipo de contagem a uma disposição linear uma vez que esta não evidenciava nenhum tipo de padrão. Neste caso não havia nenhum tipo de simetria ou grupos diferenciados que pudessem suscitar outro tipo de contagem (Bobis, 1993). A contagem *a partir de* surgiu igualmente associada a uma disposição linear tendo a Carla efetuado a contagem a partir do 2 (Clements & Sarama, 2009).

A contagem por saltos implica a decomposição do número em agrupamentos com o mesmo número de elementos. Partindo deste pressuposto, a Carla decompôs os números recorrendo a disposições triangulares e lineares com vista à decomposição em conjuntos de 3. Neste caso mobilizou o conhecimento da representação padronizada do 3 presente nas cartas de jogar e do triângulo, figura geométrica sua conhecida. Tendo por base disposições lineares também mobilizou a contagem por saltos de 2 em 2. As disposições retangulares também emergiram permitindo que a aluna mobilizasse factos específicos como os dobros e, neste sentido, acabou por aplicar conhecimentos prévios associados a outros contextos visuais, a par da contagem por saltos que é mais estruturada para justificar o seu raciocínio (ME-DGIDC, 2007). O Vasco e a Carla mobilizaram a disposição padronizada do 5 associada a contextos como os dominós, o que demonstra que esta era significativa para os alunos (Barbosa et al., 2011). Nas tarefas que envolviam a moldura do 10, os alunos evidenciaram o *subitizing* conceptual através da identificação de conjuntos de 2 dispostos na horizontal, permitindo a emergência da contagem por saltos de 2 em 2. Assim reconheceram visualmente pequenas quantidades e mobilizaram o conhecimento da regularidade dos números (Bobis, 1996; McIntosh et al., 1992).

Na tarefa *Quantos viste?* ambos os alunos apresentaram visualizações diferenciadas das expressões  $4+2/2+4$  e a Carla com o  $3+4/4+3$ , pois “não são a mesma forma”. Visualizaram a mesma expressão de diferentes maneiras (na tarefa *Vamos inventar cartas novas* a Carla com o  $5+5$  e o Vasco na tarefa *Cartas com pintas*, com a expressão  $2+3$  e na tarefa 4 o  $3+3$ ). Na tarefa *A Rua dos Números Perdidos* o Vasco apresentou representações diferenciadas ( $2+3$ ,  $3+2$ ,  $4+1$ ), o que demonstra que a moldura do 10 permite que os alunos apresentem diferentes formas de representar o número, tendo por base o contexto visual (Reys et al., 2007).

## **Dificuldades manifestadas**

A capacidade de perceber as estruturas espaciais tem um efeito positivo no desenvolvimento matemático, permitindo, por exemplo, que as crianças identifiquem e relacionem mentalmente diferentes conjuntos sem contar os seus elementos (Bobis, 1993). A falta de experiência prévia dos alunos com contextos visuais e a relevância atribuída à

manipulação numérica, implicaram que, em algumas situações, não houvesse uma preocupação evidente em associar o contexto explorado às expressões numéricas formuladas. Apesar de evidenciarem à vontade no estabelecimento de relações numéricas de natureza diversa, faziam-no por vezes de forma descontextualizada. Este facto relaciona-se com o percurso anterior dos alunos, centrado na decomposição e composição de números, enfatizando o treino mecanizado de procedimentos de cálculo e a memorização de factos sem significado (Abrantes et al., 1999). O Vasco evidenciou esta dificuldade, formulando expressões numéricas associadas à adição que não refletiam a estratégia de contagem realmente utilizada, nem tinham ligação ao contexto visual explorado. Esta situação foi mais evidente no Vasco na tarefa *Quantos viste?* em que utilizou uma sequência de vários factos específicos. A Carla registou adições de duas parcelas, associadas à decomposição do número e não ao contexto, na tarefa *As unhas da Sara*, evidenciando as experiências prévias ao estudo. É reconhecido que os alunos tendem por vezes a rejeitar situações visuais uma vez que estas não implicam a aplicação de procedimentos rotineiros (Arcavi, 2003). Esta situação também se evidenciou quando os alunos registaram a expressão que correspondia à contagem um a um nas tarefas *Quantos viste?*, *A Alice no País das Cartas* e *Cartas com pintas* para justificar a emergência do subitizing percetual. Apesar de terem reconhecido os números de forma imediata, não consideraram que seria um argumento válido no que refere à comunicação escrita. Por outro lado, também usaram factos específicos associados à subtração, em casos de aplicação do *subitizing* percetual, por exemplo na tarefa *A Alice no País das Cartas*, nas cartas com números inferiores a 3. Neste caso usaram os dedos como modelo para validar os seus raciocínios. De uma forma mais evidente, a Carla usou o conhecimento do zero como elemento neutro da adição, também na tentativa de fundamentar a forma como tinha pensado, mesmo afirmando ter visto de imediato o conjunto. Assim, foi importante observar as diferentes representações externas, o que foi dito, o que foi registado (Goldin & Shteingold, 2001) para detetar estas incoerências entre os registos e a forma como pensaram.

Relativamente às representações apresentadas pelos alunos, na tarefa *A Rua dos Números Perdidos*, a Carla em particular, evidenciou incoerência entre a representação e a expressão numérica apresentada. Houve uma maior preocupação em respeitar a quantidade do que em efetuar a associação. Apesar de em algumas situações ter efetuado com facilidade o paralelismo entre contextos, nem sempre as representações refletiram imediatamente as expressões numéricas apresentadas, tendo ocorrido por isso a contagem um a um. Tal situação também se evidenciou pelo Vasco nessa tarefa mas também na tarefa *Vamos inventar cartas novas* em que preferiu as disposições lineares, tendo formulado uma série de expressões numéricas que não

eram evidentes na imagem, o que gerou a emergência da contagem um a um e de relações parte-parte-todo descontextualizadas. Esta necessidade evidenciada pelos alunos em estabelecer relações parte-parte-todo de forma descontextualizada tem possivelmente a ver com o ambiente vivido em sala de aula, em que se promovia essencialmente o treino mecanizado de procedimentos de cálculo e a memorização de factos específicos (Abrantes et al., 1999).

O Vasco apresentou dificuldades aquando da discussão em grande grupo na representação da subtração, na tarefa *Vamos inventar cartas novas*. O aluno compreendeu a ideia associada à subtração, situação que se foi evidenciando ao longo de algumas tarefas através do uso dos dedos como modelo para resolver as situações matemáticas apresentadas (e.g. Castro & Rodrigues, 2008a; Fosnot & Dolk, 2001). Tratando-se de uma situação que exigia a transição para uma representação pictórica, foi mais complexo para o Vasco pois não exigia a manipulação direta e, por outro lado, esta operação aritmética exige a compreensão de que ao total de elementos se tem de retirar algo para se obter o resultado pretendido (Brocardo et al., 2005; Castro & Rodrigues, 2008a). Sendo um aluno do primeiro ano é natural evidenciar esta dificuldade uma vez que não havia ainda sido confrontado com esta situação ao longo das tarefas.

Na tarefa *A Alice no País das Cartas* a Carla apresentou disposições que não correspondiam ao que visualizou para os números 7, 8, 9, apesar de ter respeitado a quantidade pretendida. O não reconhecimento dos subconjuntos e da sua disposição correta, levou a que a Carla associasse uma expressão que decompunha a quantidade de acordo com a disposição representada. De facto, a perceção visual está associada aos nossos sentidos, enquanto a visualização passa pela criação e interpretação de imagens (Arcavi, 2003). Neste caso a aluna criou a imagem e interpretou o que via associando-lhe uma expressão numérica.

Na tarefa *Contando dedos e pés* a Carla, apesar de conhecer a sequência numérica, o facto de não ter efetuado a correspondência termo a termo de forma correta cometeu erros de contagem (Reys et al., 2007). Na tarefa *Calcula com a Calculini*, aquando da discussão em grande grupo, a Carla acabou por voltar à estratégia da contagem um a um. Associada possivelmente à dificuldade de adicionar as diferentes parcelas levou igualmente a que a aluna se apoiasse na contagem *a partir de* (Clements & Sarama, 2009), apesar de ter evidenciado o *subitizing* conceptual. A tentativa e erro nesta tarefa levou a que ambos os alunos reajustassem o seu raciocínio, estabelecendo relações numéricas do tipo *mais um do que* e *menos um do que* (Howden, 1989), alterando assim as peças que estavam incorretas. Na tarefa *A caminhada dos caracóis* a Carla não conseguiu identificar nenhum tipo de padrão. O facto da imagem não

evidenciar simetria, pode gerar a contagem um a um, situação que acabou por suceder (Bobis, 1993; Clements, 1999).

Os alunos apresentaram algumas dificuldades a nível da expressão oral dos raciocínios situação que foi sendo moderada com o constante questionamento ao longo da implementação das tarefas e das respetivas entrevistas (Boavida et al., 2008).

### **Impacto das tarefas no desenvolvimento do sentido de número**

O sentido de número é uma capacidade que envolve diversos aspetos associados aos números, operações e suas relações (Castro & Rodrigues, 2008b; McIntosh et al., 1992; Sowder, 1992). Face à complexidade que lhe está associada torna-se necessário apoiar o seu ensino de diferentes formas, facilitando o estabelecimento de relações (Howden, 1989), fortalecendo assim o conhecimento do número (Van de Walle, 1988). Tendo em atenção este aspeto, reconhece-se a importância de recorrer a modelos visuais que permitam promover a compreensão do número, usando materiais que apresentem disposições padronizadas e não padronizadas (Vale et al., 2011). Materiais como a moldura do 10, o dominó, cartas com diferentes disposições e imagens com elementos dispostos de forma padronizada permitiram a mobilização por parte dos alunos de várias abordagens, entre elas o *subitizing* percetual (Clements, 1999). Esta estratégia foi utilizada de uma forma natural e permitiu evidenciar conceitos elementares do número, como a cardinalidade, bem como capacidades, das quais se destaca a conservação do número (Ponte & Serrazina, 2000). O *subitizing* possibilitou diferentes formas de ver e interpretar um mesmo número (McIntosh et al., 1992) e o abandono da contagem um a um (Clements & Sarama, 2009).

Os contextos visuais potenciam igualmente o estabelecimento de relações numéricas, sendo que as que mais se evidenciaram as do tipo parte-parte-todo (Clements, 1999), especialmente por parte da Carla. Esta situação surgiu associada a contextos com disposições conhecidas como as do dominó, das cartas de jogar ou disposições que evidenciavam conjuntos mais padronizados (Bobis, 1996). Os dedos das mãos permitiram a emergência do *subitizing*, tendo o 5 sido considerado como número de referência pela Carla e o 10 pelo Vasco. A moldura do 10 também facilitou o estabelecimento de relações numéricas parte-parte-todo usando os números 5 e 10, pela sua estrutura, visualizando diferentes combinações aditivas (e.g. Castro & Rodrigues, 2008a; Clements, 1999; Howden, 1989). Apesar de não ser um modelo familiar para os alunos, permitiu também que estabelecessem relações numéricas do tipo *menos do que* e *mais do que*, tendo o 5 e o 10 como valores de referência (Castro & Rodrigues, 2008b).

A contagem por saltos é privilegiada pelos alunos quando estão face a uma grande quantidade de objetos e tendem a agrupá-los (Fosnot & Dolk, 2001). Neste sentido, o Vasco, face a um contexto que não evidenciava conjuntos mais evidentes, o que poderia potenciar a contagem um a um (Clements, 1999), usou uma contagem mais estruturada na tarefa *A caminhada dos caracóis* (Treffers, 2001). Esta situação demonstra o conhecimento da sequência numérica e da regularidade dos números (McIntosh et al., 1992). Este conhecimento foi evidenciado pela Carla na tarefa *Dados com pinta*. Na verdade reconhece-se que o uso de padrões numéricos potencia o desenvolvimento de estratégias de contagem mais sofisticadas e poderá estar associada a outras estratégias como o *subitizing* (e.g. Anghileri, 2006; Clements & Sarama, 2009). Mesmo nas tarefas *Quantos viste?* e *A Rua dos Números Perdidos*, os alunos foram capazes de mobilizar o conhecimento da contagem por saltos tendo em atenção a disposição horizontal dos círculos, ou em contextos em que os elementos estavam agrupados em conjuntos com o mesmo número de elementos (*Que grande peixeirada!*; *Apanha os cogumelos*).

Apesar dos dedos poderem constituir um importante modelo visual, o Vasco teve mais tendência a recorrer aos dedos para modelar situações aditivas, tendo em vista a decomposição de números, mas sem ter em atenção o contexto. No entanto, este modelo surgiu igualmente como forma de reforçar os raciocínios que evidenciavam o *subitizing* conceptual (e.g. *Quantos viste?*). Por outro lado, tanto a Carla como o Vasco usaram os dedos para modelar situações subtrativas, o que demonstrou por parte dos alunos o conhecimento da ideia de retirar associada à operação aritmética subtração (e.g. *A Alice no País das Cartas*) (Castro & Rodrigues, 2008a; Brocardo et al., 2005). Os dedos foram igualmente usados para efetuar a contagem *a partir de* para a concretização de cálculos que mentalmente seriam mais complexos (Clements & Sarama, 2009), situação que foi evidenciada por ambos os alunos. O Vasco e a Carla, apesar de o terem feito de uma forma pouco frequente, representaram com os dedos o que visualizavam no contexto visual. Na verdade, é reconhecido que os alunos devem ter contacto com diferentes tipos de representação e usá-los na resolução de situações problemáticas, na comunicação e clarificação do raciocínio (e.g. Boavida et al., 2008; NCTM, 2007). Neste sentido, os alunos usaram a modelação com os dedos para reforçar os seus raciocínios e justificar o que estavam a visualizar. Houve assim a transposição de uma representação para outra: da pictórica para a cinestésica, segundo a definição dada por Presmeg (2006).

O sentido de número também diz respeito à capacidade de relacionar os números e as propriedades das operações (Sowder, 1992). Nas tarefas apresentadas foi possível verificar que os alunos mobilizaram o conhecimento da propriedade comutativa da adição, especialmente o



Vasco nas tarefas *Quantos viste?*, *A Rua dos Números Perdidos* e *Cartas com pintas*. Tal como referem Clements e Sarama (2009), a compreensão desta propriedade ocorre de uma forma intuitiva surgindo por vezes associada a tarefas que envolvem contagem. Por outro lado, estes alunos também mostraram reconhecer o zero como elemento neutro da adição, situação que se evidenciou, por exemplo, na tarefa *Calcula com a Calculini*, quando decompueram alguns dos números propostos usando apenas 3 peças de dominó, associando o zero à quarta peça, demonstrando que esta compreensão pode estar associada à contagem (Clements & Sarama, 2009; Van de Walle et al., 2010).

O sentido de número também se reflete na capacidade dos alunos detetarem erros aritméticos e optar pela estratégia de contagem mais eficiente (Hope, 1988; Reys, 1994). Surge assim a aplicação do conhecimento e destreza com os números e operações (McIntosh et al., 1992). Isto pode ser despoletado pela compreensão da relação entre o contexto e o tipo de estratégia necessária. Os alunos reformularam estratégias quando detetaram erros no raciocínio, analisando-os no contexto apresentado, e quando descobriram formas mais rápidas de contar. Por exemplo, na tarefa *Contando dedos e pés* a Carla recorreu à contagem um a um mas a ineficácia dessa estratégia levou à sua reformulação, com a associação do contexto à estratégia usada, passando a usar a contagem por saltos de 10 em 10. O Vasco também fez uma reformulação similar na tarefa *A Caminhada dos caracóis*, usando a contagem por saltos que é uma estratégia de contagem mais estruturada (Treffers, 2001). Isto demonstra o conhecimento da regularidade dos números (McIntosh et al., 1992). Neste sentido, o contexto visual foi uma mais valia para a reformulação de estratégias.

Relativamente às disposições privilegiadas na tarefa *Cartas com pintas* a Carla privilegiou as disposições lineares e o Vasco outras disposições padronizadas. Este tipo de disposições são facilmente reconhecidas pelas crianças assim como as disposições retangulares (Clements, 1999). O Vasco foi capaz de identificar com facilidade uma disposição retangular com 9 elementos, evidenciando o *subitizing*, situação que não seria expectável pois reconhece-se que os alunos conseguem reconhecer imediatamente conjuntos até 5 elementos (Bobis, 1993; Clements & Sarama, 2009). Relativamente às representações apresentadas pelos alunos na tarefa *Vamos inventar cartas novas*, apesar de nem sempre a associação entre a representação e a expressão numérica ter sido bem sucedida, verificou-se que os alunos privilegiaram diferentes tipos de representações. O Vasco privilegiou as representações lineares e a Carla, tendo em atenção os seus conhecimentos prévios e os modelos que foram sendo utilizados ao longo das tarefas, preferiu aquelas que estavam associadas por exemplo ao dominó e às cartas, que por serem

significativas são retidas por mais tempo, privilegiou assim disposições padronizadas (e.g. Barbosa et al., 2011; Vale, 2009). Salienta-se que a Carla usou diferentes tipos de disposições: lineares, retangulares, triangulares. Isto reflete o estabelecimento de relações numéricas, de (de)composição do número e o conhecimento de diferentes representações pictóricas dos números, situações que estão associadas ao sentido de número (Howden, 1989; McIntosh et al., 1992).

De um modo geral, houve compreensão de factos específicos nos contextos apresentados, desenvolvendo capacidades aritméticas e fomentando a utilização de estratégias de contagem diversificadas (Clements, 1999; Vale et al., 2011). Tal como tem sido referido por alguns autores, o conhecimento de factos específicos permite que o cálculo mental seja mais eficiente (e.g. Fosnot & Dolk, 2001) e, quando associado aos contextos visuais, potencia a atribuição de significado aos mesmos (e.g. Castro & Rodrigues, 2008a). Esta situação foi evidenciada, por exemplo, na tarefa *Dados com pinta*, pela Carla, e na tarefa *Calcula com a Calculini*, pelo Vasco.

Apesar de inicialmente não se sentirem seguros na mera visualização, situação que estava associada às suas experiências prévias (Arcavi, 2003), o facto de se motivar os alunos a verbalizar o que estavam a observar (Van de Walle, 1988), permitiu verificar que nem sempre o que era registado correspondia ao seu raciocínio. Foi assim importante ter em atenção as diferentes representações externas que usaram (registos, palavras, manipulação do material) para compreender o modo como realmente pensaram (Goldin & Shteingold, 2001).

Por outro lado, apesar do sentido de número ser algo pessoal e estar associado às capacidades de cada um e às ideias sobre os números e operações (Reys, 1994), quando o seu ensino está associado a contextos visuais significativos para os alunos, permite que estes explorem diversos aspetos associados ao sentido de número (e.g. relações numéricas, a (de) composição de números) e encontrem estratégias de contagem cada vez mais sofisticadas para resolver situações matemáticas neste âmbito (Clements, 1999; Howden, 1989).

## **Reflexão final**

### **Dificuldades sentidas e limitações do estudo**

No início deste trabalho, quando foi necessário efetuar a revisão de literatura sobre a temática em causa, foi possível verificar que não existia muita informação expressa em trabalhos de investigação acerca da associação da visualização ao desenvolvimento do sentido de número. No entanto, as referências que existiam referentes ao sentido de número e à visualização em

geral, foram importantes para integrar as principais ideias e estruturar tarefas que constituíram a base para o trabalho desenvolvido com os alunos.

Por outro lado, a investigadora não era a professora titular da turma pelo que se tornou necessário procurar um profissional recetivo ao desenvolvimento deste trabalho num 1º ano de escolaridade. Neste sentido, e de forma a promover a integração no contexto, a investigadora necessitou de estar mais tempo com os alunos, antes de iniciar o trabalho de campo, de modo a conhecer as particularidades da turma e do contexto e reduzir o impacto da sua presença. Apesar disso, houve alguma agitação inicial na implementação das primeiras tarefas o que gerou alguma dificuldade na gestão do tempo. O facto de a investigadora não ser a professora titular da turma condicionou também o tempo de intervenção, uma vez que não se pretendia interferir no trabalho habitual da professora titular.

Com a implementação das tarefas, mais do que os alunos apresentarem as suas resoluções por escrito, era importante que fossem capazes de se expressar oralmente acerca do modo como pensaram. Contudo, por vezes foi complicado compreender os seus raciocínios, por um lado porque se tratava de alunos do 1º ano de escolaridade, mas também porque a comunicação oral não era muito potenciada em sala de aula, no entanto esta vertente foi-se tornando mais clara com o decorrer do tempo.

Por fim, a metodologia de investigação privilegiada foi a qualitativa para obter informação rica em pormenores, de modo a dar resposta às questões de investigação. Assim, optou-se por estudar dois dos alunos da turma. Assim, os resultados deste estudo estão diretamente associados a estes alunos em particular e ao contexto em que decorreu o estudo. Desta forma, as evidências e as conclusões formuladas não podem ser generalizadas a outros contextos, podem no entanto constituir um contributo importante para que se possa analisar e compreender a mesma temática noutros contextos.

## **Recomendações**

A nível da prática profissional, esta investigação foi uma experiência enriquecedora e que permitiu verificar a importância do papel do professor na promoção de discussões em sala de aula e na escolha das tarefas, centrais na atividade matemática dos alunos. Na verdade, e de uma forma geral, as metodologias usadas em sala de aula têm implicações no desenvolvimento das capacidades dos alunos. As tarefas devem, por isso, ser adequadas, não só às características da turma, mas ao que se pretende que aprendam, contemplando também a sua motivação e envolvimento. Foi também possível perceber a importância da comunicação, especialmente a

oral, pois permite detetar erros de raciocínio e possíveis incoerências entre representações. Por outro lado, ajuda os alunos a organizar o seu raciocínio (Boavida et al., 2008).

Do ponto de vista da investigação centrada no desenvolvimento profissional, seria interessante perceber que tipo de tarefas são privilegiadas pelos professores, que metodologias de ensino são usadas e qual o seu impacto no desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Neste sentido, era pertinente investigar que tipo de dificuldades sentem os professores quando procuram desenvolver o sentido de número, em diferentes níveis de ensino.

Tendo por base o trabalho realizado, seria também um bom contributo perceber qual o impacto de uma sequência de tarefas, centradas em contextos visuais, no desenvolvimento do sentido de número noutros níveis de ensino, analisando o desempenho e a evolução dos alunos em diferentes capacidades, em particular, no cálculo mental.

Uma vez que foram detetadas dificuldades de comunicação podia-se aprofundar a importância das interações na sala de aula, entre alunos e entre alunos e professor, nos primeiros anos de escolaridade, focando tipos de questionamento e feedback que contribuem para melhorar esta capacidade.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Anghileri, J. (2006). *Teaching number sense*. Londres: British Library .
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. In *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215–241.
- Barbosa, A. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2º ciclo do ensino básico*. Dissertação de Doutoramento, Universidade do Minho, Portugal.
- Barbosa, A., Borralho, A., Barbosa, E., Cabrita, I., Vale, I., Fonseca, L., & Pimentel, T. (2011). *Padrões em Matemática - Uma proposta didática no âmbito do Novo Programa para o Ensino básico*. Lisboa: Texto Editores.
- Baroody, A. J., & Wilkins, J. L. (1999). The development of informal counting, number and arithmetic skills and concepts . In J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 48-65). Washington, DC: National Association for the Education of Young Children .
- Boavida, A. M., Cebola, G., Paiva, A. L., Pimentel, T., & Vale, I. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa : Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Bobis, J. (1993). Visualization and the development of mental computation . In B. Atweh, C. Kanes, M. Carss, & G. Booker (Eds), *Proceedings of the Sixteenth Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australia* (pp. 117-122). Brisbane, Australia.
- Bobis, J. (1996). Visualisation and the development of number sense with kindergarten children. In J. Mulligan, & M. Mitchelmore (Eds.) *Children's number learning* (pp. 17-33). Australia: Australian Association of Mathematics Teachers.
- Bobis, J. (2008). Early spatial thinking and the development of number sense. 13, (3), 4-9.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação-Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Brocardo, J., & Serrazina, L. (2008). O sentido do número no currículo de matemática. In J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha, (Eds.), *O sentido de número: reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 97-115). Lisboa: Escolar Editora.
- Brocardo, J., Delgado, C., & Mendes, F. (2010). *1º ano-Números e Operações*. Obtido em 20 de outubro de 2011, de [http://sitio.dgidc.min-edu.pt/PressReleases/Documents/numeros\\_naturais\\_1ano.pdf](http://sitio.dgidc.min-edu.pt/PressReleases/Documents/numeros_naturais_1ano.pdf)
- Brocardo, J., Delgado, C., Mendes, F., Rocha, I., Castro, J., Serrazina, L., & Rodrigues, M. (2005). Desenvolvendo o sentido do número. In *Desenvolvendo o sentido do número:perspetivas e orientações curriculares - Materiais para o educador e para o professor do 1º ciclo* (7-27). Lisboa: APM.
- Brocardo, J., Serrazina, L., & Kraemer, J. (2003). Algoritmos e sentido do número. *Educação e Matemática* , 75, 11-15.
- Castro, J., & Rodrigues, M. (2008a). O sentido de número no início da aprendizagem. In J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha (Eds), *O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática* (117-133). Lisboa: Escolar Editora.
- Castro, J., & Rodrigues, M. (2008b). *Sentido de número e organização de dados - Textos de Apoio para Educadores de Infância*. Lisboa: Ministério da Educação - Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Cebola, G. (2002). Do número ao sentido do número. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo & A. F. Dionísio (Eds.), *Atividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação dos professores* (pp. 257-273). Lisboa: SEM-SPCE.

- Clements, D. (1999). Subitizing: What Is It? Why Teach It? *Teaching Children Mathematics*, 5, 400-405.
- Clements, D., & Sarama, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math - The Learning Trajectories Approach*. Nova Iorque: Routledge - Taylor & Francis Group .
- Clements, H., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. ,Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 461-537). Reston: NCTM.
- Cohen, L., & Manion, L. (1990). *Métodos de investigação educativa*. Madrid: La Muralla.
- Creswell, J. (2003). *Research Design: Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approaches*. Londres: Sage.
- Denzin, N., & Lincoln, Y. (1994). Introduction: Entering the field of qualitative research. In N. K. Denzin, & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 1-17). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- DGIDC (2010). *Olhar e contar*. Obtido em 20 de outubro de 2011, de [http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais\\_NPMEB/042\\_Tarefa\\_Rot\\_OlharContar\\_TP\\_1c1\\_\(Julho2010\).pdf](http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_NPMEB/042_Tarefa_Rot_OlharContar_TP_1c1_(Julho2010).pdf)
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt, & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21<sup>st</sup> North American PME Conference*, 1, 3 -26.
- Fontana, A., & Frey, J. (1994). Interviewing:the art of science. In N. Denzin, & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 361-376). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Fosnot, C., & Dolk, M. (2001). *Young Mathematicians at work - Constructing Number sense, Addition and Subtraction*. Portsmouth NH: Heinemann.
- Goldin, G., & Steingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. In A. A. Cuoco, & F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics* (pp. 1-23). Reston, VA: NCTM.
- Gonçalves, A. (2008). *Desenvolvimento do sentido de número num contexto de resolução de problemas em alunos do 1º ciclo do Ensino Básico*. Tese de Mestrado.Lisboa: Universidade de Lisboa, Portugal.
- Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, (3), 170-218.
- Hope, J. (1989). Promoting number sense in school. *Arithmetic teacher*, 36, 12-16.
- Howden, H. ( 1989). Teaching number sense. *Arithmetic Teacher*, 36 (6), 6-11.
- Huberman, A., & Miles, M. (1994). Data management and analysis methods. In N. Denzin, & Y. Lincoln, *Handbook of Qualitative Research* (pp. 428-444). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Janeiro, J. (2007). 13 ideias sobre o cálculo mental. *Educação Matemática*. 93, 29.
- Kersaint, G. (2007). The Learning Environment:Its Influence on What Is Learned. In W. G. Martin, M. E. Strutchens, & P. C. Elliot (Eds.), *The Learning of Mathematics- Sixty-ninth Yearbook* (pp. 83-96). Reston, VA: NCTM.
- Losq, C. S. (2005). Number Concepts and Special needs students: The power of ten-frame tiles. *Teaching Children Mathematics*, 11, (6), 310-315.
- Matos, J., & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*,12 (3), 2-8.
- ME-DEB (1990). *Organização Curricular e Programas Ensino Básico — 1º Ciclo*. Lisboa: Departamento da Educação Básica.
- ME-DEB (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação-Departamento de Educação Básica.

- ME-DGIDC (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação-Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- ME-DGIDC (2010). Metas de Aprendizagem - Ensino Básico. Obtido em 19 de junho de 2012, de <http://metasdeaprendizagem.min-edu.pt>
- Menezes, L., Rodrigues, C., & Novo, S. (2007). *Cálculo mental: uma aposta forte*. Obtido em 7 de novembro de 2011, de [http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/2007%202008/temas%20matematicos/Cal\\_Mental.pdf](http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/2007%202008/temas%20matematicos/Cal_Mental.pdf)
- Merriam, S. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. S. Francisco: CA: Jossey Bass.
- Moreira, D., & Oliveira, I. (2003). *Iniciação à matemática no jardim de infância*. Lisboa: Universidade Aberta.
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Orton, A. (1999). *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. London: Cassell.
- Patton, M. (2002). *Qualitative Research & Evaluation Methods*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Ponte, J. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3 (1), 3-18.
- Ponte, J., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics: emergence from psychology. In A. Gutiérrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 205-235). Dordrecht: Sense Publishers.
- Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. In H. Ginsburg (Ed.), *The Development of Mathematical Thinking* (pp. 109-155). New -York: Academic Press.
- Reys, B. J. (1994). Promoting number sense in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1 (2), 114-120.
- Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2007). *Helping children learn mathematics*. Hoboken: John Willey & Sons.
- Reys, R., Reys, B., & Yang, D. (2009). Number sense strategies used by pre-service teachers in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6 (2), 383-403.
- Rodrigues, M. (2010). *O sentido de número :uma experiência de aprendizagem e desenvolvimento no pré-escolar*. Dissertação de Doutoramento, Universidade da Extremadura - Faculdade de Educação, España.
- Santos, L. (2002). A investigação e os seus implícitos: Contributos para uma discussão. In L. Blanco (Ed.), *Actas do VI Simpósio do SEIEM* (pp. 157-170). Logroño: Universidade de Logroño.
- Serrazina, L. (2002). Competência matemática e competências de cálculo no 1º ciclo. *Educação e Matemática*, 69, 57-60.
- Shama, G., & Dreyfus, T. (1994). Visual, Algebraic and Mixed strategies in visually presented linear programming problems. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 45-70.
- Shumway, J. F. (2011). *Number sense routines-Building Numerical literacy every day in grades K-3*. Portland, ME: Stenhouse Publishers.
- Sowder, J. (1992). Making sense of numbers in the school mathematics. In Leinhardt, G., Putnam, R. & Hatrup, A. (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 1-51). Nova Jérsea: Lawrence Erlbaum Associates.
- Stake, R. E. (2009). *A arte da investigação em estudos de caso* (2ª ed.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Steen, L. A. (2002). A problemática da literacia quantitativa. *Educação e Matemática*, 69, 79-88.
- Thornton, S. (2001). *A picture is worth a thousand words*. Obtido em 25 de setembro de 2011, de <http://math.unipa.it/~grim/AThornton251.PDF>



- Treffers, A. (2001). Grade 1 (and 2) - Calculation up to twenty. In Van den Heuvel-Panhuizen, M. , Buya, K., & Treffers, A. (Eds.), *Children Learn Mathematics* (pp. 43-60). Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute University of Utrecht.
- Turkel, S., & Newman, C. (1993). Qual o teu número? Desenvolvendo o sentido de número. *Educação e Matemática*, 25, 31-33.
- Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática: o estudo de caso. *Revista da Escola Superior de Educação*, 5, 171-202.
- Vale, I. (2009). Das tarefas com padrões visuais à generalização. In J. Fernandes, H. & Martinho, F. (Eds.), *Actas do Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 35-63). Viana do Castelo: APM.
- Vale, I., Fão, A., Portela, F., Geraldês, F., Fonseca, L., Gigante, M., & Lima, S. (2006). *Matemática no 1º ciclo - Propostas para a sala de aula*. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Vale, I., Pimentel, T., Alvarenga, D., & Fão, A. (2011). *Uma proposta didática envolvendo padrões- 1º e 2º ciclos do ensino básico*. Obtido em 20 de outubro de 2011, de [http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais\\_NPMEB/numeros01tarefas.htm](http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/numeros01tarefas.htm).
- Vale, I., Pimentel, T., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos primeiros anos - Tarefas e desafios para a sala de aula*. Lisboa: Texto Editores .
- Van de Walle, J. (1988). The early development of number relation. *Arithmetic Teacher*, 35 (6), 15-21.
- Van de Walle, J. (2003). Developing early number concepts and number sense. In J. A. Van de Walle (Ed.), *Elementary & Middle school mathematics* (pp. 115-134). Boston: Pearson - Allyn & Bacon.
- Van de Walle, J., Karp, K., & Bay-Williams, J. (2010). *Elementary & middle school mathematics - Teaching developmentally*. Boston: Pearson Education.
- Von Glasersfeld, E., Steffe, L. P., Richards, J. & Thompson, P. (1983). An Analysis of Counting and What is Counted. In L. P. Steffe, E. Von Glasersfeld, J. Richards, & P. Cobb (Eds.), *Children's counting types - Philosophy, theory and application* (pp. 21-44). New York: Praeger Publishers.
- Zimmermann, W., & Cunningham, S. (1991). *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*. Washington DC: MAA.

## **ANEXOS**



## **Anexo 1**

Pedido de autorização ao Diretor do Agrupamento de Escolas



Exmo. Sr. Diretor do Agrupamento de Escolas de \_\_\_\_\_

Venho, por este meio, solicitar a V. Ex.<sup>a</sup> autorização para realizar uma investigação na Escola Básica do 1º ciclo de Vila Fria, no âmbito do curso de Mestrado em Didática da Matemática e das Ciências, que frequento na Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.

Este trabalho centra-se no desenvolvimento do sentido do número de alunos do 1.º ano de escolaridade e prevê-se que decorra durante o presente ano letivo 2011/2012. Envolve, entre outras atividades, a resolução de tarefas relacionadas com a temática previamente referida, o respetivo registo, observação participante e gravação áudio e vídeo das aulas nas quais serão aplicadas as tarefas. Estas gravações serão utilizadas exclusivamente no estudo em questão, estando preservado o anonimato dos alunos.

Caso me seja concedida autorização para a realização do trabalho, será enviado um pedido formal aos encarregados de educação dos alunos envolvidos informando-os do trabalho a levar a cabo e solicitando a sua permissão.

Informo igualmente V. Ex.<sup>a</sup> que professora titular da turma em questão, professora \_\_\_\_\_, se encontra disponível para participar neste trabalho.

Agradeço antecipadamente a vossa compreensão e colaboração.

Os meus melhores cumprimentos



## **Anexo 2**

Pedido de autorização à Coordenadora da Escola





Exma. Coordenadora da Escola Básica de \_\_\_\_\_

Venho, por este meio, solicitar a V. Ex.<sup>a</sup> autorização para realizar uma investigação na Escola Básica do 1º ciclo de Vila Fria, no âmbito do curso de Mestrado em Didática da Matemática e das Ciências, que frequento na Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.

Este trabalho centra-se no desenvolvimento do sentido do número de alunos do 1.º ano de escolaridade e prevê-se que decorra durante o presente ano letivo 2011/2012. Envolve, entre outras atividades, a resolução de tarefas relacionadas com a temática previamente referida, o respetivo registo, observação participante e gravação áudio e vídeo das aulas nas quais serão aplicadas as tarefas. Estas gravações serão utilizadas exclusivamente no estudo em questão, estando preservado o anonimato dos alunos.

Caso me seja concedida autorização para a realização do trabalho, será enviado um pedido formal aos encarregados de educação dos alunos envolvidos informando-os do trabalho a levar a cabo e solicitando a sua permissão.

Informo igualmente V. Ex.<sup>a</sup> que o Agrupamento de Escolas de \_\_\_\_\_ já foi informado da realização deste trabalho.

Agradeço antecipadamente a vossa compreensão e colaboração.

Os meus melhores cumprimentos



### **Anexo 3**

Pedido de autorização aos encarregados de educação



Exmo. Encarregado de Educação

No âmbito do curso de Mestrado em Didática da Matemática e das Ciências, que frequento na Escola Superior de Educação de Viana do Castelo, pretendo desenvolver uma investigação que se centra no desenvolvimento do sentido do número em alunos do 1.º ano de escolaridade.

Prevê-se que essa investigação decorra durante o presente ano letivo, 2011/2012, e envolva, entre outras atividades, a resolução de tarefas relacionadas com a temática previamente referida, o respetivo registo, observação participante e gravação áudio e vídeo das aulas nas quais serão aplicadas as tarefas. Mais informo que e essas gravações foram autorizadas pelo Diretor do Agrupamento de Escolas de\_\_\_\_\_.

As gravações em questão serão utilizadas exclusivamente no estudo em questão, estando preservado o anonimato dos alunos.

Para o efeito solicito a sua autorização para que o seu educando participe deste estudo e para proceder às gravações das referidas aulas.

Obrigada pela atenção.

## **Autorização**

No âmbito do projeto referido, declaro que autorizo que sejam registadas, em suporte áudio e vídeo, aulas da turma do 1º ano à qual o meu educando pertence.

Aluno\_\_\_\_\_

Encarregado de Educação

---



#### **Anexo 4**

Guião de observação





## Guião de Observação

Tarefa: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

---

### Descrição da sessão

---

Instruções e questões da investigadora/professor:

Reações dos alunos à tarefa:

Comentários dos alunos:

Estratégias utilizadas:

---

**Dificuldades sentidas:**

**Aspetos a salientar dos alunos-caso:**

**Episódios marcantes durante a sessão:**

---

**Reflexão após a sessão**

---

---

## **Anexo 5**

Guião da entrevista à professora titular



1. Há quantos anos leciona?
2. Qual a sua área de formação?
3. Como descreveria o seu percurso profissional?
4. Como definiria a sua metodologia de ensino?
5. Para si o que é o sentido de número?
6. Qual a importância que lhe atribui? Considera pertinente desenvolver este aspeto nas aulas de matemática?
7. Associado ao sentido de número está associada a contagem. Qual a importância que atribui à contagem?
8. Os alunos gostam de tarefas que envolvam a contagem? Como reagem eles?
9. Como caracterizaria a turma do 1º ano?
10. Que aspetos matemáticos foram e/ou serão trabalhos até ao final do 1º período?
11. Que tipos de materiais/metodologias usou nas suas aulas de matemática?
12. O Vasco frequentou o Pré escolar? Quantos anos?
13. Como foi a transição para o 1º ciclo?
14. Como caracterizaria o Vasco enquanto aluno?
15. Como é o desempenho do Vasco a Matemática?
16. A Carla frequentou o Pré-escolar? Quantos anos?
17. Como foi a transição para o 1º ciclo?
18. Como caracterizaria a Carla enquanto aluna?
19. Como é o desempenho da Carla a Matemática?



## **Anexo 6**

Guião da entrevista aos alunos-caso





- 1.** Quantos anos tens?
- 2.** Com quem vives?
- 3.** Qual o trabalho do teu pai e da tua mãe?
- 4.** O que mais gostas de fazer nos tempos livres?
- 5.** O que queres ser quando fores grande?
- 6.** Gostas da escola? Porquê?
- 7.** O que mais gostas de fazer na escola?
- 8.** Qual a disciplina que mais gostas? Porquê?
- 9.** Qual a disciplina que gostas menos? Porquê?
- 10.** Que atividades é que tu mais gostas de fazer nas aulas de matemática?
- 11.** Usas materiais para fazer as atividades de matemática? Porquê?
- 12.** Quais os materiais que costumavas usar? Porquê?



**Anexo 7**  
Categorias de análise



Estratégias	Descrição	
Subitizing	Subitizing perceptual: reconhecer um número de imediato sem usar outro processo matemático e que se aproxima do conceito inicial de <i>subitizing</i> ( <i>ver instantaneamente</i> ) (Clements, 1999)	
	Subitizing conceptual: reconhecer uma disposição padronizada de um número como sendo a composição de partes que formam um todo (Clements, 1999)	
Contagem	Contar um a um (Clements & Sarama, 2009)	
		<div>Contagem para trás</div> <div>Oralmente</div>
	<div>Contar a partir de um dado número que não seja o 1</div> <div>Contagem para a frente</div>	<div>Com modelos</div> <div>(adaptado de Clements &amp; Sarama, 2009; Van de Walle, Karp &amp; Bay-Williams, 2010)</div>
	Contar por saltos (por ex. de 2 em 2, de 3 em 3, de 5 em 5, de 10 em 10) - útil quando a contagem um a um não é eficaz (Fosnot & Dolk, 2001)	
Estabelecimento de relações numéricas	Mais do que, menos do que e igual a (por ex. um a mais do que, dois a mais do que, um ou dois a menos do que) (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010)	
	Uso de números de referência, como o 5 e o 10 (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010)	
	Relações parte-parte-todo	Decomposição - reconhecimento que o todo é constituído por partes (Clements & Sarama, 2007)
	(conceptualizar que um número pode ser dividido em duas ou mais partes e que as partes fazem o todo) (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010)	<div>Composição - reconhecimento das partes que fazem o todo (Clements &amp; Sarama, 2007).</div> <div>Ambas as situações correspondem a representações numéricas equivalentes (McIntosh, Reys &amp; Reys, 1992).</div>
Factos básicos ou factos específicos - factos numéricos memorizados e que constituem a base para outras estratégias de cálculo (Fosnot & Dolk, 2001)	Dobros (adição de parcelas iguais)	
	Quase dobros (mais um ou menos um do que o dobro) - incluem combinações em que uma das parcelas é mais um ou menos que um do que a outra (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010)	
	Combinações cujo resultado é 5 ou 10 (Fosnot & Dolk, 2001)	
	Reconhecimento do zero como elemento neutro da adição (Clements & Sarama, 2009; McIntosh, Reys, & Reys, 1992; Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2010)	
Utilização de propriedades da adição (McIntosh, Reys & Reys, 1992)	Propriedade comutativa - a ordem pela qual dois números são adicionados não interfere no resultado final (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010)	
	Propriedade associativa - simplificação do cálculo mental no modo como se adicionam as parcelas, ou seja, $(a+b)+c=a+(b+c)$ (Clements & Sarama, 2009)	
	Reconhecimento do zero como elemento neutro da adição (Clements & Sarama, 2009; McIntosh, Reys, & Reys, 1992; Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2010)	



## **Anexo 8**

Calendarização do estudo





<b>Datas</b>	<b>Fases do estudo</b>	<b>Procedimentos</b>
<b>setembro de 2011 a dezembro de 2011</b>	<b>Preparação do estudo</b>	Definição dos objetivos do estudo.  Início da recolha bibliográfica.  Início da redação da dissertação.  Elaboração e seleção das tarefas.  Análise crítica das tarefas por um painel de especialistas.
	<b>Acesso ao contexto</b>	Pedido de autorização aos órgãos de gestão da Escola.  Contacto com a turma participante e apresentação do estudo aos alunos.  Pedido de autorização aos encarregados de educação.  Recolha de informação acerca dos alunos participantes e da escola.
<b>janeiro de 2012 a maio de 2012</b>	<b>Recolha e análise dos dados</b>	Continuação da revisão de literatura.  Implementação das tarefas.
		Escolha dos alunos-caso.  Gravação áudio e vídeo das sessões.  Entrevistas aos alunos caso após cada tarefa.  Início da análise dos dados.
<b>maio de 2012 a maio de 2013</b>		Conclusão da análise dos dados
	<b>Redação da dissertação</b>	Revisão final de literatura.  Redação da dissertação.



## **Anexo 9**

Calendarização das tarefas



Tarefa	Data de implementação	Objetivos
<b>Tarefa 1</b> <i>As unhas da Sara</i> (Adaptada de Brocardo, Delgado, & Mendes, 2010)	18 de janeiro de 2012	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realizar contagens</li> <li>Usar <i>subitizing</i></li> <li>Identificar e dar exemplos de diferentes representações para o mesmo número.</li> <li>Estabelecer relações numéricas</li> </ul>
<b>Tarefa 2</b> <i>Quantos viste?</i> (Adaptada de Vale et al., 2010)	25 de janeiro de 2012 (parte 1) 26 de janeiro de 2012 (parte 2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realizar contagens.</li> <li>Desenvolver a memória visual</li> <li>Usar <i>subitizing</i></li> <li>Identificar e dar exemplos de diferentes representações para o mesmo número.</li> </ul>
<b>Tarefa 3</b> <i>A Rua dos Números Perdidos</i> (Adaptada de Barbosa et al., 2011)	1 de fevereiro de 2012	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realizar contagens</li> <li>Usar <i>subitizing</i></li> <li>Identificar e dar exemplos de diferentes representações para o mesmo número</li> <li>Estabelecer relações numéricas</li> </ul>
<b>Tarefa 4</b> <i>As cartas do País das Maravilhas</i> (Adaptada de Barbosa et al., 2011)	<i>A Alice no País das Cartas</i> 8 de fevereiro de 2012 <hr/> <i>Vamos inventar cartas novas</i> 9 de fevereiro de 2012	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realizar contagens</li> <li>Usar <i>subitizing</i></li> <li>Identificar e dar exemplos de diferentes representações para o mesmo número.</li> <li>Estabelecer relações numéricas</li> </ul>
<b>Tarefa 5</b> <i>Cartas com pintas</i> (Adaptada de Castro & Rodrigues, 2008b)	29 de fevereiro de 2012	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realizar contagens</li> <li>Usar <i>subitizing</i></li> <li>Identificar e dar exemplos de diferentes representações para o mesmo número.</li> <li>Identificar os numerais correspondentes à quantidade expressa nas cartas.</li> </ul>
<b>Tarefa 6</b> <i>Calcula com a Calculini</i> (Adaptada de Castro & Rodrigues, 2008b)	7 de março de 2012	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realizar contagens</li> <li>Usar <i>subitizing</i></li> <li>Estabelecer relações numéricas</li> <li>Decompor números</li> <li>Identificar e dar exemplos de diferentes representações para o mesmo número.</li> </ul>
<b>Tarefa 7</b> <i>Contando dedos e pés</i> (Adaptada de DGIDC, 2010)	14 de março de 2012	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realizar contagens.</li> <li>Usar <i>subitizing</i></li> <li>Desenvolver destrezas de cálculo mental e escrito.</li> <li>Decompor números</li> </ul>

<hr/> <p><b>Tarefa 8</b></p> <p><i>Cuidado com o gato!</i></p> <p>(Adaptada de Vale et al., 2010)</p> <p>11 de abril de 2012</p> <hr/>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estabelecer relações numéricas</li> <li>• Identificar e dar exemplos de diferentes representações para o mesmo número.</li> </ul>
<hr/> <p><b>Tarefa 9</b></p> <p><i>As flores do jardim</i></p> <p>(Adaptada de Barbosa et al. 2011)</p> <hr/>	
<hr/> <p><b>Tarefa 10</b></p> <p><i>Apanha os cogumelos</i></p> <p>(Adaptada de Barbosa et al., 2011)</p> <p>18 de Abril de 2012</p> <hr/>	
<hr/> <p><b>Tarefa 11</b></p> <p><i>A caminhada dos caracóis</i></p> <p>(Adaptada de Barbosa et al., 2011)</p> <hr/>	
<hr/> <p><b>Tarefa 12</b></p> <p><i>Que grande peixeirada!</i></p> <p>(Adaptada de Barbosa et al., 2011)</p> <p>23 de Abril de 2012</p> <hr/>	
<hr/> <p><b>Tarefa 13</b></p> <p><i>Dados com pinta</i></p> <p>(Adaptada de Barbosa et al., 2011)</p> <hr/>	<p>30 de Abril de 2012</p>

## **Anexo 10**

Imagens apresentadas na tarefa *As unhas da Sara*





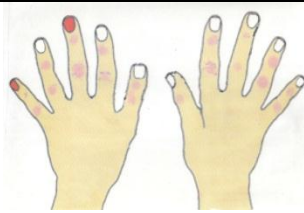
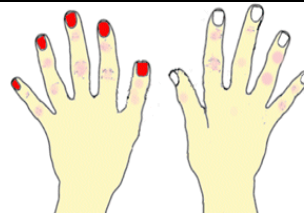


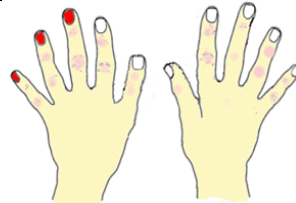
Imagem exploratória



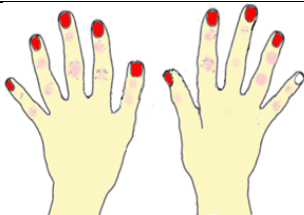
Primeira imagem visualizada



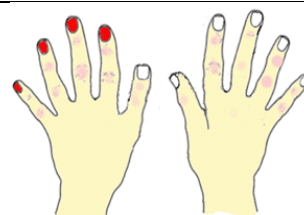
Segunda imagem visualizada



Terceira imagem visualizada



Quarta imagem visualizada



Quinta imagem visualizada

---



## **Anexo 11**

Carta contextualizadora da tarefa *As unhas da Sara*



No outro dia recebi uma carta da Sara que é uma amiga minha. Dentro do envelope estavam umas fotos e uma carta que dizia assim:

*Tenho um desafio para os alunos do 1º ano.*

*No outro dia resolvi pintar as unhas das mãos e tirei fotos à medida que ia pintando as unhas. São essas as fotografias que te envio.*

*Gostava que os alunos do 1º ano descobrissem o número de unhas que estão pintadas e o número de unhas que ainda faltam pintar em cada uma das fotografias.*

*Devem escrever nas folhas que também envio como descobriram o resultado. Poderão usar cálculos, esquemas, desenhos ou palavras para explicar o resultado.*

*Boa sorte!*



## **Anexo 12**

Folha de registo da tarefa *As unhas da Sara*

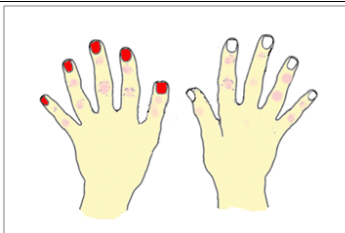




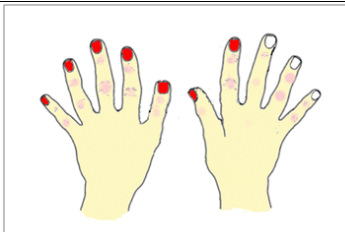




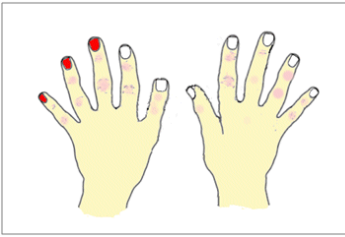


Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

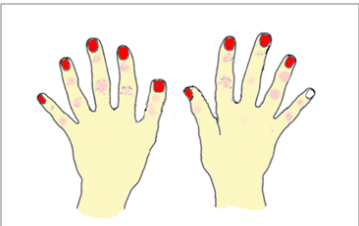


### As unhas da Sara

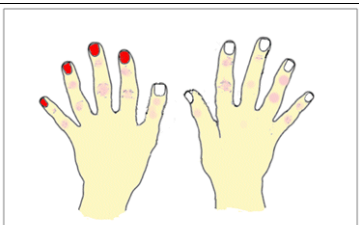


A Sara resolveu pintar as unhas e decidiu tirar fotografias registando os diferentes momentos. Observa as imagens apresentadas e descobre quantas unhas estão pintadas e quantas faltam pintar em cada uma das fotografias. Explica como pensaste para contar. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.

	 Quantas _____ contas?	 Quantas _____ contas?

	 Quantas _____ contas?	 Quantas _____ contas?

	 Quantas _____ contas?	 Quantas _____ contas?

	Quantas  contas?	Quantas  contas?

	Quantas  contas?	Quantas  contas?

### **Anexo 13**

Folha de registo da tarefa *Quantos viste?*

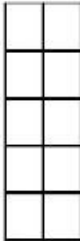
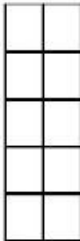
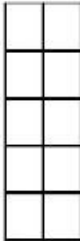
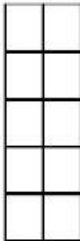


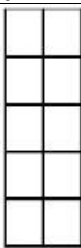
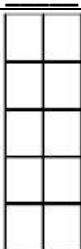
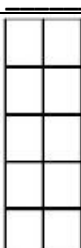
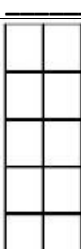
Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

### Quantos viste?



Preenche a tabela seguinte desenhando as bolinhas que viste e quantas contaste. Explica como contaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.

O que viste?	Como contaste?
 <p>Número de bolinhas _____</p>	
 <p>Número de bolinhas _____</p>	
 <p>Número de bolinhas _____</p>	
 <p>Número de bolinhas _____</p>	

O que viste?	Como contaste?
 Número de bolinhas _____	
 Número de bolinhas _____	
 Número de bolinhas _____	
 Número de bolinhas _____	

#### **Anexo 14**

Folha de registo da segunda parte da tarefa *Quantos viste?*



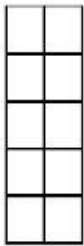
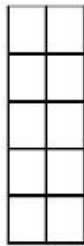
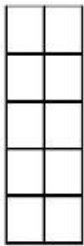
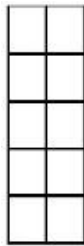


Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_



Preenche a tabela seguinte desenhando de bolinhas que viste. Indica quantas bolinhas contaste e explica como contaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.

*Na outra moldura desenha um conjunto com mais duas bolinhas do que a anterior.* Indica o número de bolinhas que desenhaste e explica como contaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.

O que viste?	Como contaste?	Moldura com mais 2 pontos	Como contaste?
 <p>Número de bolinhas _____</p>		 <p>Número de bolinhas _____</p>	
 <p>Número de bolinhas _____</p>		 <p>Número de bolinhas _____</p>	

O que viste?	Como contaste?	Moldura com mais 2 pontos	Como contaste?
<div><div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div><div></div></div> <div>Número de bolinhas _____</div>		<div><div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div><div></div></div> <div>Número de bolinhas _____</div>	
<div><div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div><div></div></div> <div>Número de bolinhas _____</div>		<div><div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div><div></div></div> <div>Número de bolinhas _____</div>	
<div><div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div><div></div></div> <div>Número de bolinhas _____</div>		<div><div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div><div></div></div> <div>Número de bolinhas _____</div>	

## **Anexo 15**

Folha de registo da tarefa *A Rua dos Números Perdidos*



Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_



Na rua dos Números vive o João. Cada prédio tinha um número, mas o vento levou todas as placas. Ajuda o João a numerar os prédios escrevendo no telhado de cada um o número que saiu e depois preenche as suas janelas com o mesmo número de fichas. Descobre formas diferentes para representar esse número. Em cada retângulo escreve a expressão que mostra como pensaste para preencher as janelas do prédio.




## **Anexo 16**

História *A Alice no País das Cartas*

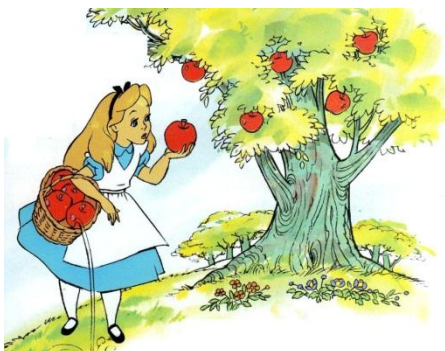




Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

### **A Alice no País das Cartas**

Era uma vez uma menina chamada Alice que andava a passear pela floresta a apanhar maçãs. Durante o seu passeio encontrou um coelho que lhe disse para ter cuidado pois no topo da floresta encontraria a Terra das Cartas e a terrível rainha das Cartas. A Alice disse que não tinha medo e que até gostaria de conhecer essa terra. Continuou então a caminhar e encontrou um grande portão. Quando ela se aproximou o portão abriu-se e a Alice entrou na Terra das Cartas.



Foram logo ter com ela os Valetes que lhe perguntaram o que estava lá a fazer.

A Alice respondeu:

- Estou aqui para conhecer a Terra das Cartas.

O Valete disse-lhe:

- Como ninguém te conhece aqui, vou levar-te à Rainha pois ela gosta de conhecer todas as pessoas que visitam a sua terra.

A Alice foi então levada até à Rainha que nesse dia estava aborrecida. Então a Alice, ao ver a Rainha triste, perguntou-lhe o que se passava.

A Rainha disse-lhe:

- Eu gosto imenso de jogar às cartas mas não tenho com quem jogar.

A Alice prontamente se ofereceu para jogar com a Rainha e propôs:

- Como gosto muito de brincar com números, e sou muito rápida a contar, a Rainha podia mostrar-me uma carta para eu dizer o mais rápido que consiga o número de símbolos que a carta tem. E se experimentássemos fazer o jogo da Alice?

Depois de a Rainha ter mostrado estas cartas à Alice lembrou-se que podiam construir novas cartas se organizassem os símbolos de outra forma. A Alice aceitou o desafio da rainha mas precisa de ajuda.

Será que conseguem ajudá-la?

## **Anexo 17**

Folha de registo da tarefa *A Alice no País das Cartas*

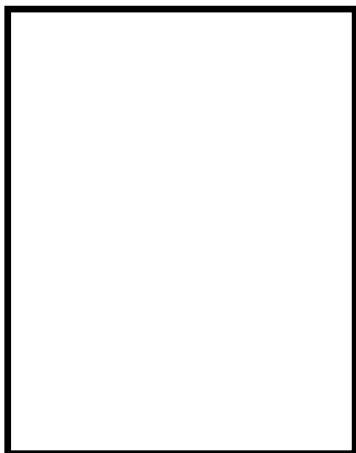


Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_



### A Alice no País das Cartas

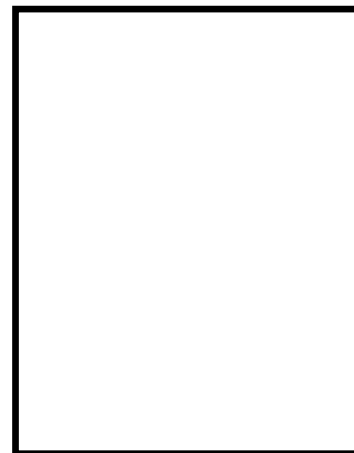
Desenha em cada carta a forma como viste os símbolos e indica quantos símbolos desenhaste. Como pensaste para os contar? Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.



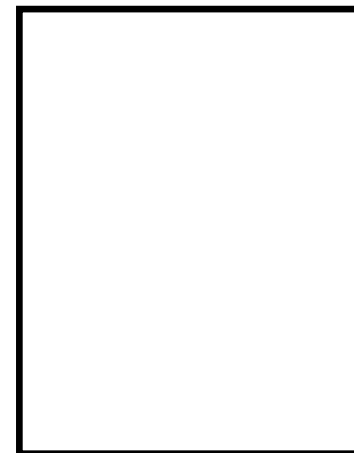
Quantos são? \_\_\_\_\_



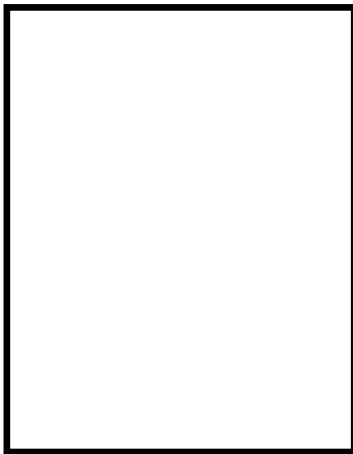
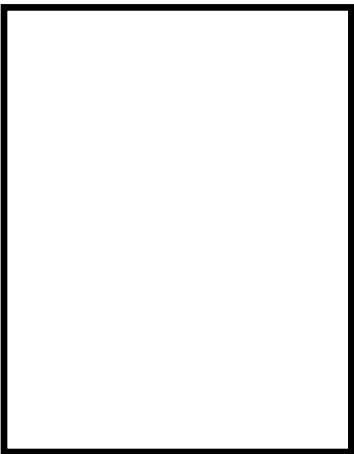
Quantos são? \_\_\_\_\_



Quantos são? \_\_\_\_\_



Quantos são? \_\_\_\_\_

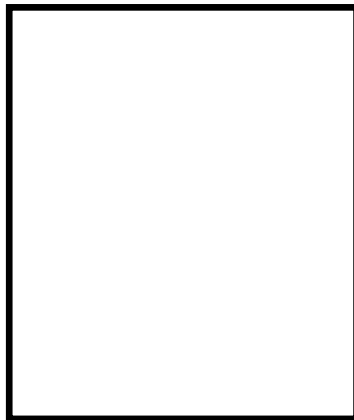
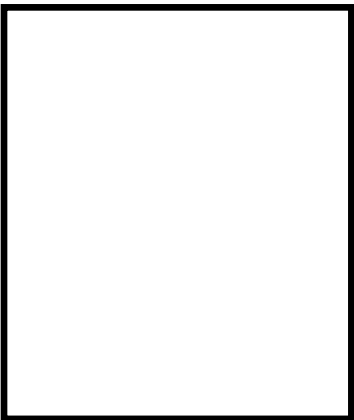


Quantos são? \_\_\_\_\_

Quantos são? \_\_\_\_\_

Quantos são? \_\_\_\_\_

Quantos são? \_\_\_\_\_



Quantos são? \_\_\_\_\_

Quantos são? \_\_\_\_\_

## **Anexo 18**

Folha de registo da tarefa *Vamos inventar cartas novas*



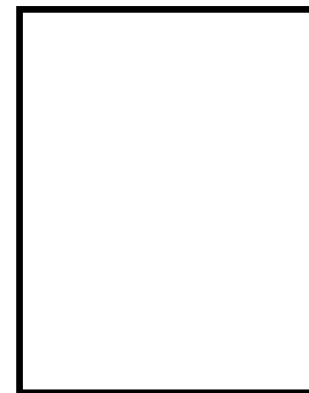
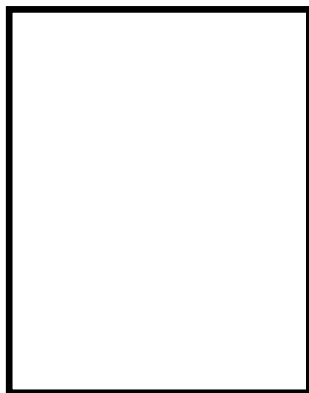
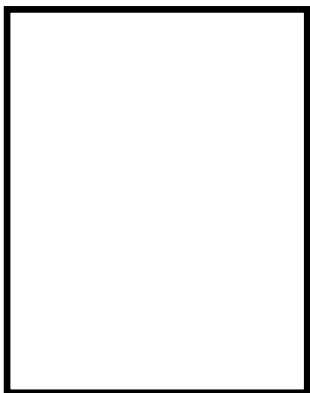


Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

**Vamos inventar cartas novas**



Desenha em cada carta uma forma diferente para representar o número indicado pela professora. Indica quantos símbolos desenhaste e a forma como pensaste para os contar. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.

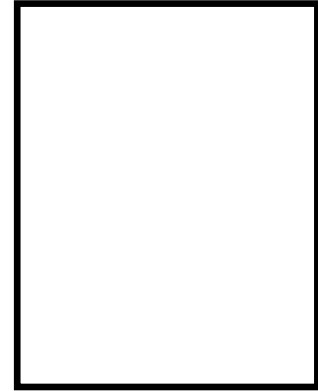
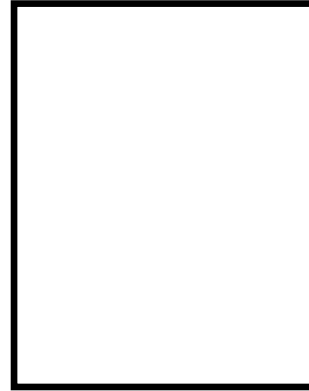
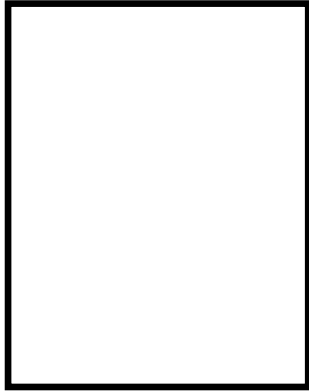
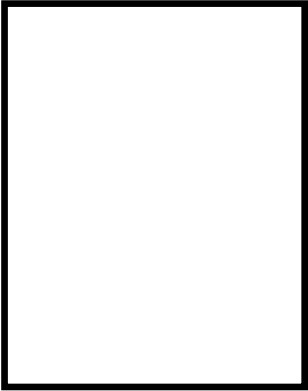


Quantos são? \_\_\_\_\_

Quantos são? \_\_\_\_\_

Quantos são? \_\_\_\_\_

Quantos são? \_\_\_\_\_

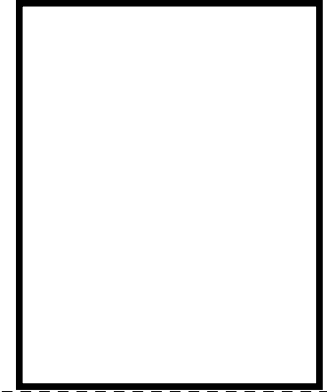
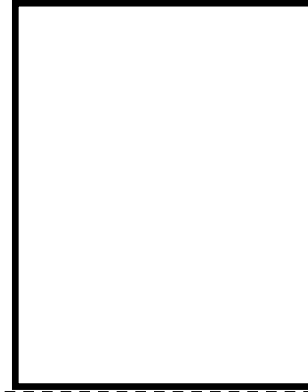
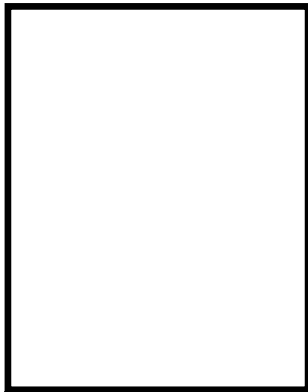
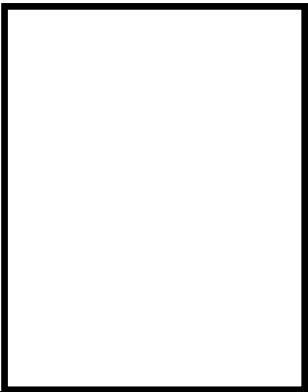


Quantos são? \_\_\_\_\_

Quantos são? \_\_\_\_\_

Quantos são? \_\_\_\_\_

Quantos são? \_\_\_\_\_



Quantos são? \_\_\_\_\_

Quantos são? \_\_\_\_\_

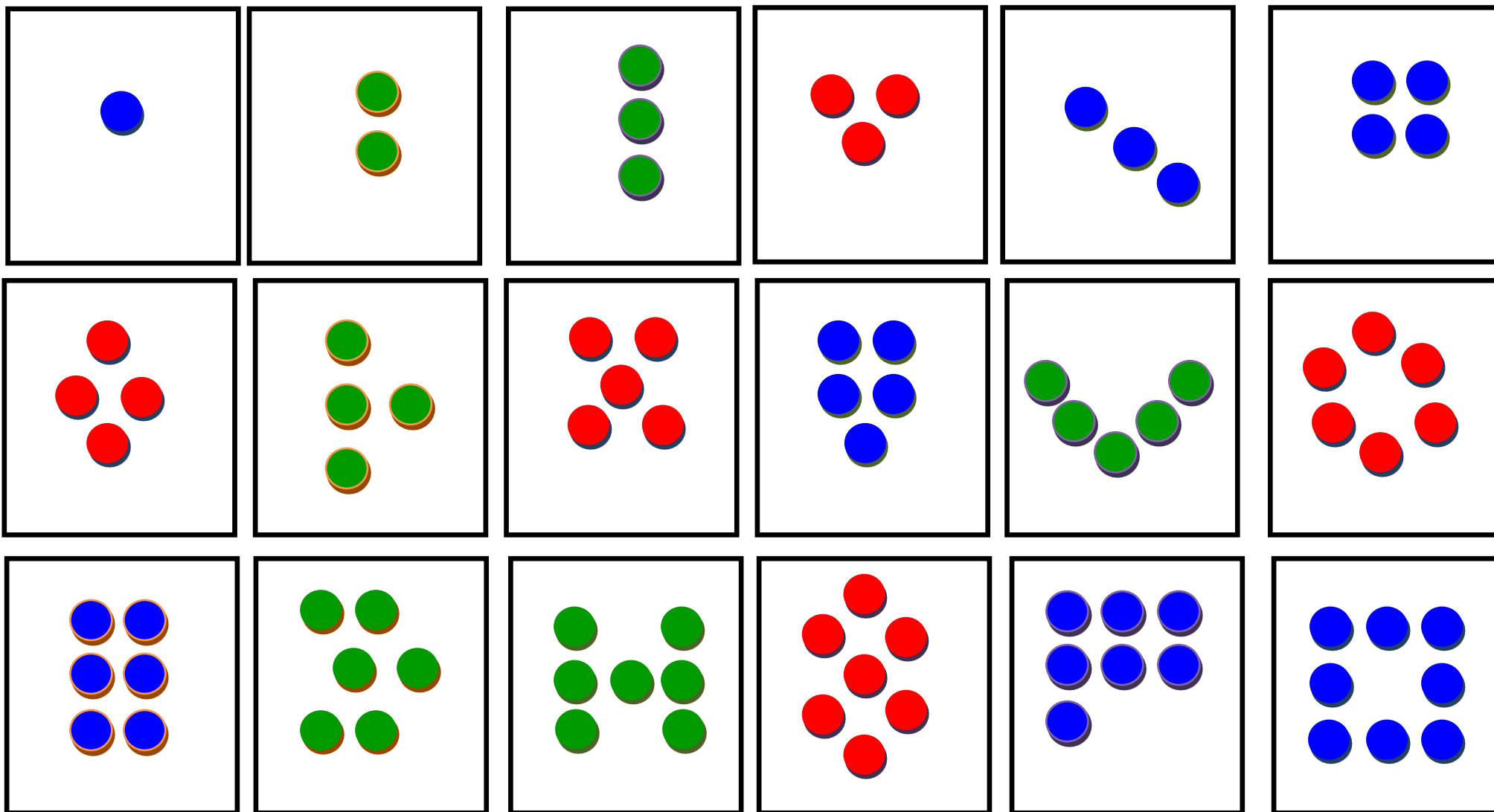
Quantos são? \_\_\_\_\_

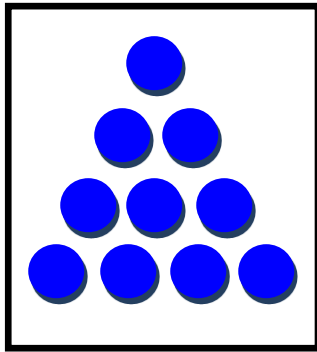
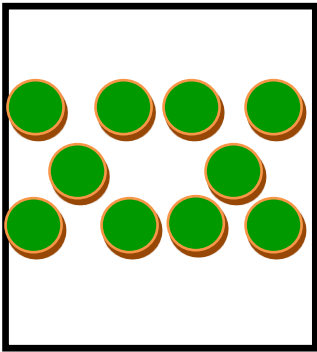
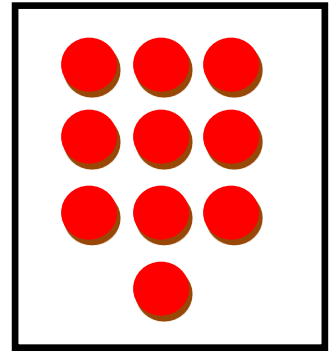
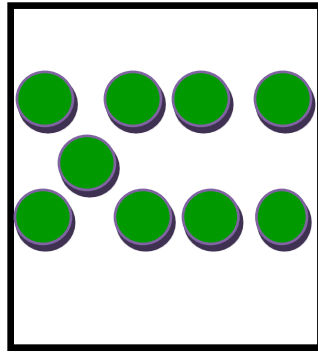
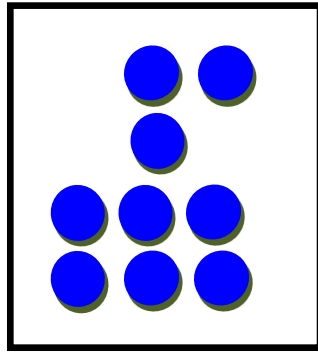
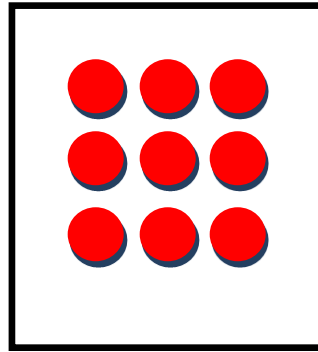
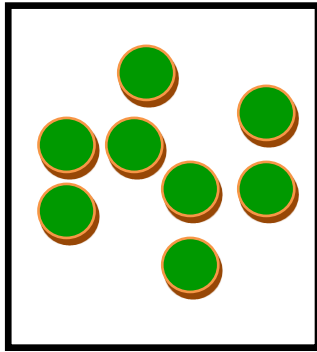
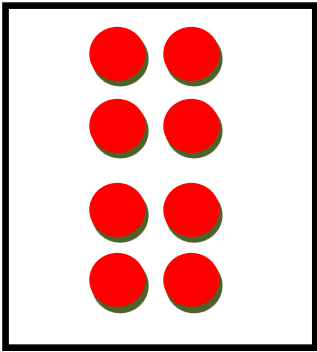
Quantos são? \_\_\_\_\_

## **Anexo 19**

Cartas da tarefa *Cartas com pintas*







## **Anexo 20**

Folha de registo da tarefa *Cartas com pintas*






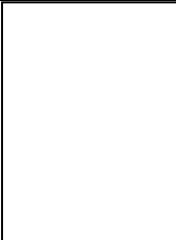






Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_



### Cartas com pintas

Preenche a tabela seguinte desenhando a carta que corresponda ao número dito pela professora. Indica quantos símbolos desenhaste e como contaste. Partindo da primeira carta que escolheste descobre uma carta com mais um símbolo e outra carta com menos dois símbolos. Deves sempre indicar o número de símbolos desenhados e explicar como contaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.

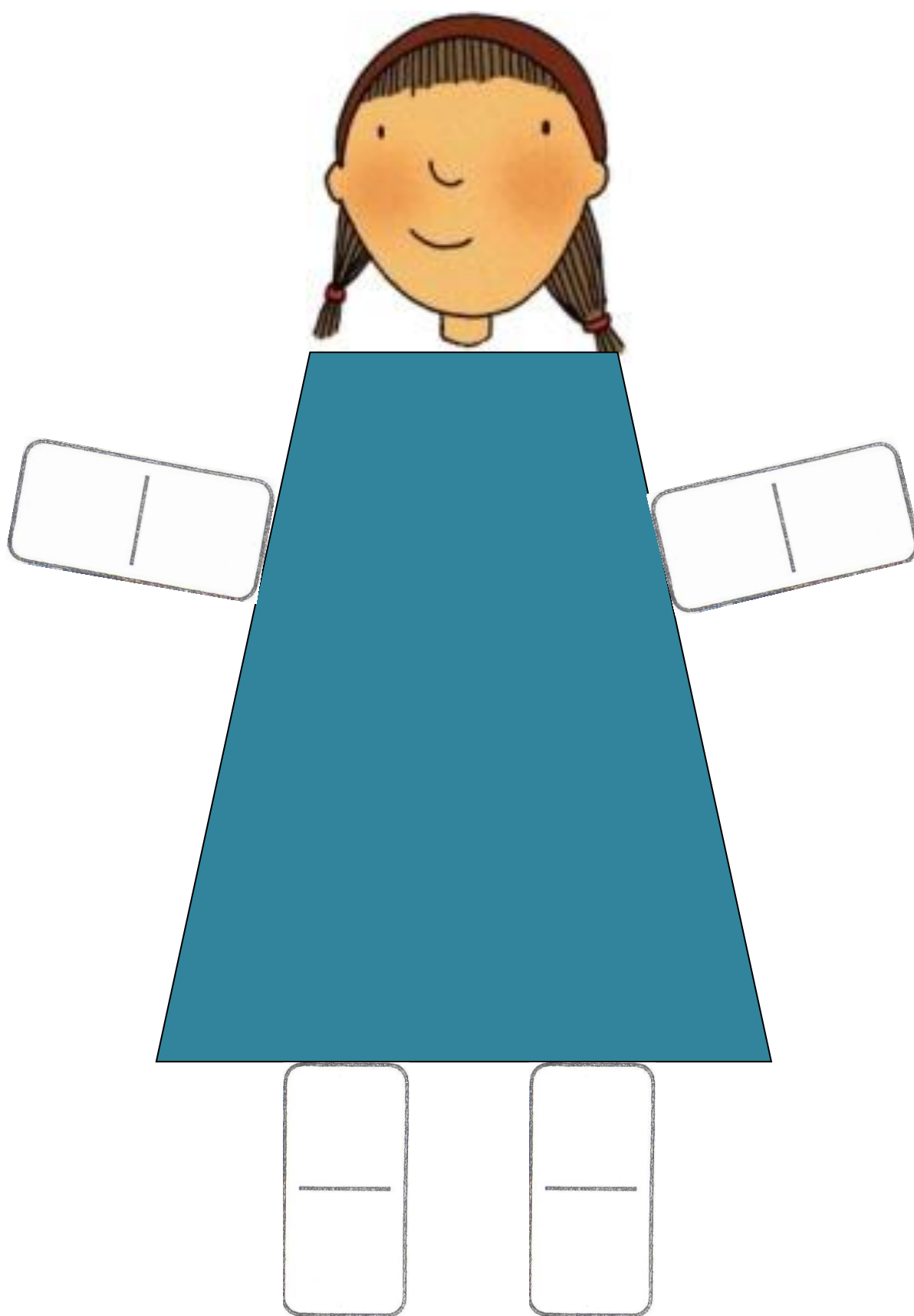
Carta que representa o número dito pela professora	Como contei	Carta com mais 1 bola	Como contei	Carta com menos 2 bolas	Como contei
 Número de bolas _____		 Número de bolas _____		 Número de bolas _____	
 Número de bolas _____		 Número de bolas _____		 Número de bolas _____	
 Número de bolas _____		 Número de bolas _____		 Número de bolas _____	

Carta que representa o número dito pela professora	Como contei	A carta com mais 1 bola	Como contei	Carta com menos 2 bolas	Como contei
<div></div> <div>Número de bolas_____</div>		<div></div> <div>Número de bolas_____</div>		<div></div> <div>Número de bolas_____</div>	
<div></div> <div>Número de bolas_____</div>		<div></div> <div>Número de bolas_____</div>		<div></div> <div>Número de bolas_____</div>	
<div></div> <div>Número de bolas_____</div>		<div></div> <div>Número de bolas_____</div>		<div></div> <div>Número de bolas_____</div>	

## **Anexo 21**

Imagem da *Calculini* da tarefa *Calcula com a Calculini*







## **Anexo 22**

Folha de registo da tarefa Calcula com a *Calculini*

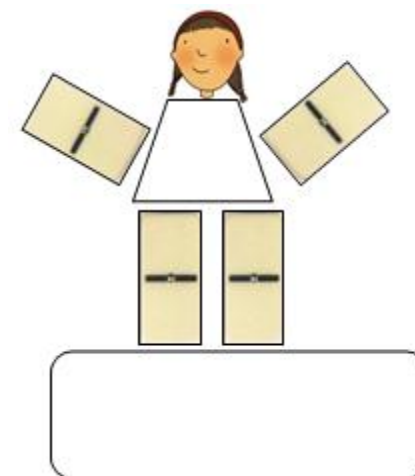
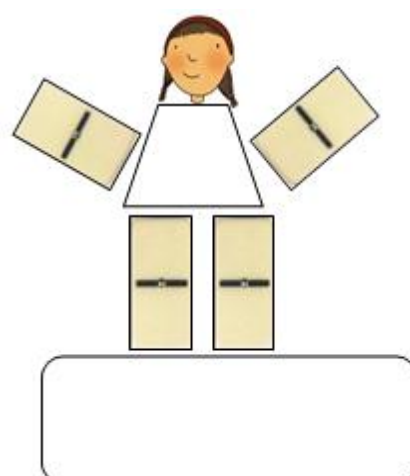
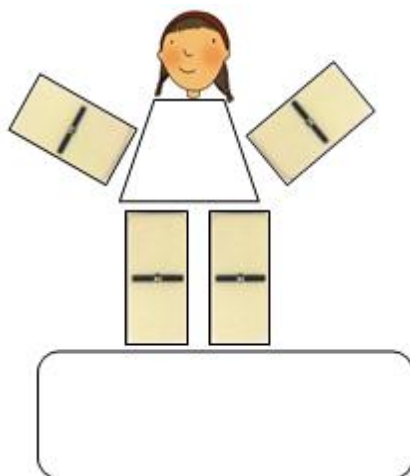
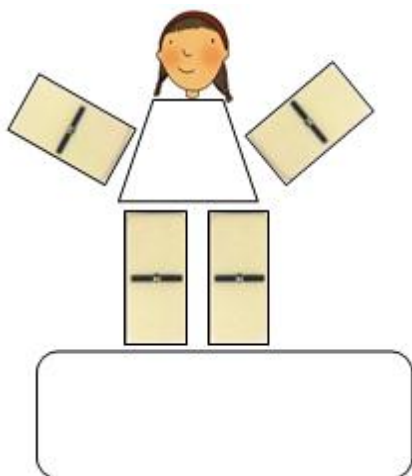
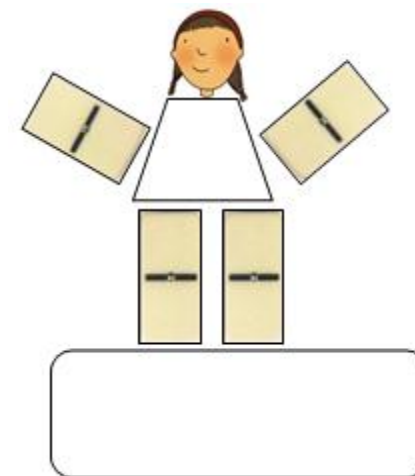
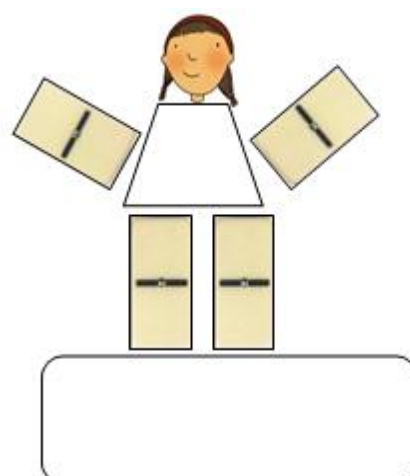
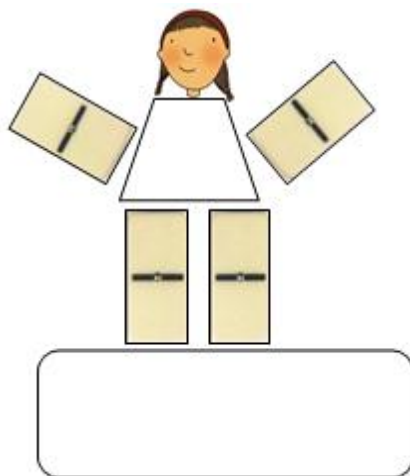
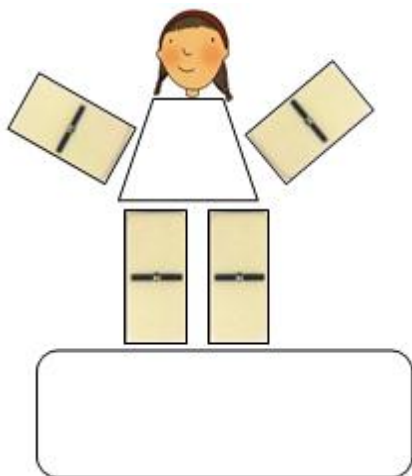




Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

### Calcula com a Calculini

Escreve no vestido da *Calculini* o número que está no quadro. Lembra-te que o total da soma das pintas das 4 peças tem de ser o número que escreveste no vestido. Preenche os braços e as pernas com os dominós escrevendo o número de pintas correto. Descobre diferentes formas de representar esse número. Escreve por baixo da *Calculini* a forma como juntaste as pintas.





### **Anexo 23**

Folha de registo da tarefa *Contando dedos e pés*



Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

### Contando dedos e pés

Observa a imagem seguinte



Quantos pés vês? Diz como pensaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.

Consegues descobrir outro modo de contar?

Quantos dedos vês? Diz como pensaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.

Consegues descobrir outro modo de contar?



## **Anexo 24**

Folha de registo da tarefa *Cuidado com o gato!*





Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

**Cuidado com o gato!**



Descobre uma forma rápida de contar os gatos antes que apanhem o rato. Explica como pensaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.



## **Anexo 25**

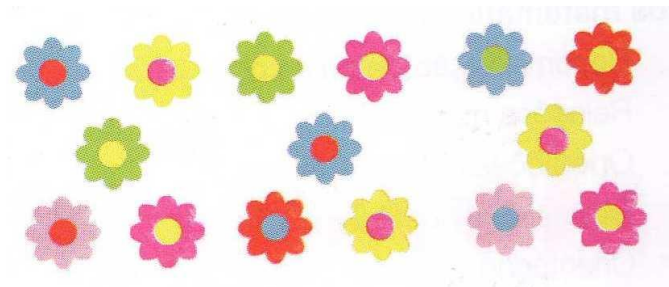
Folha de registo da tarefa *As flores do jardim*



Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

### As flores do jardim

A Maria tem muitas flores no seu jardim.



Consegues descobrir quantas flores existem no jardim da Maria? Indica diferentes formas de contar rapidamente as flores.

Explica como pensaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.



## **Anexo 26**

Folha de registo da tarefa *Apanha os cogumelos*

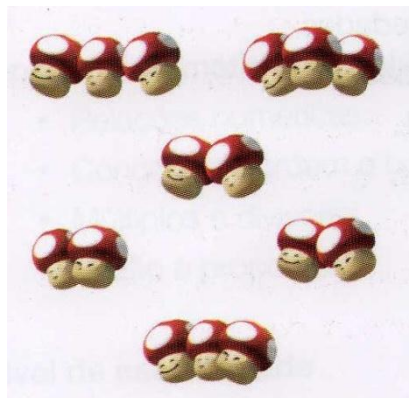




Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

### Apanha os cogumelos

Observa os cogumelos seguintes



Quantos cogumelos vês? Descobre formas rápidas de os contar.

Explica como pensaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.



## **Anexo 27**

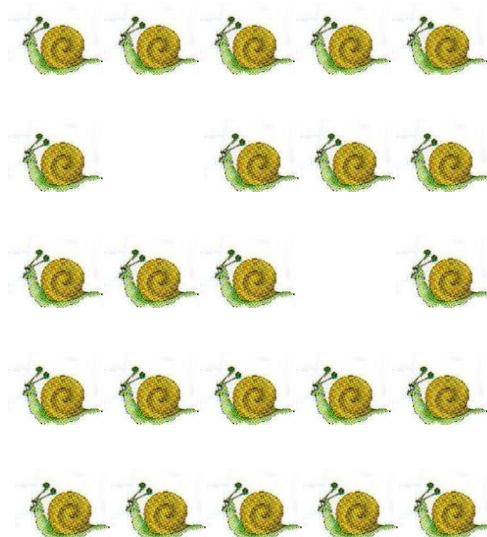
Folha de registo da tarefa *A caminhada dos caracóis*



Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

### A caminhada dos caracóis

Tantos caracóis!! Vamos contá-los!



Consegues descobrir quantas caracóis estão na imagem? Indica diferentes formas de contar os caracóis rapidamente.

Explica como pensaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.



## **Anexo 28**

Folha de registo da tarefa *Que grande peixeirada!*

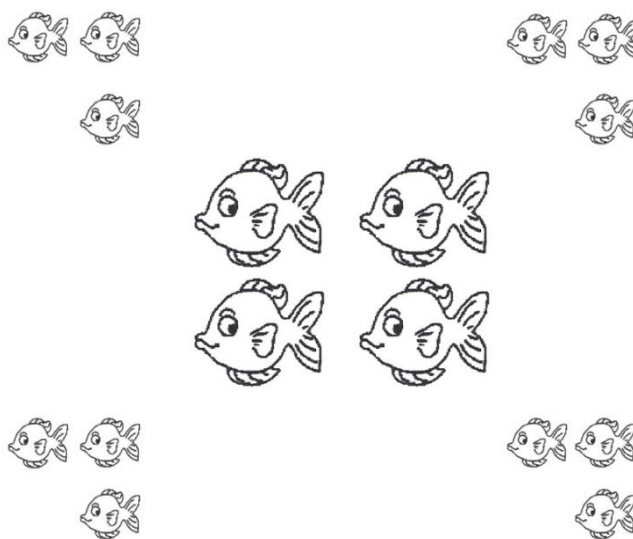




Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

### Que grande peixeirada!

Observa a imagem seguinte.



Quantos peixes grandes há na imagem? Indica diferentes formas para contá-los rapidamente.

Explica como pensaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.

Quanto peixes pequenos há na imagem? Indica diferentes formas para contá-los rapidamente.

Explica como pensaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.

No total quanto peixes consegues contar? Indica diferentes formas para contá-los rapidamente.

Explica como pensaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.

## **Anexo 29**

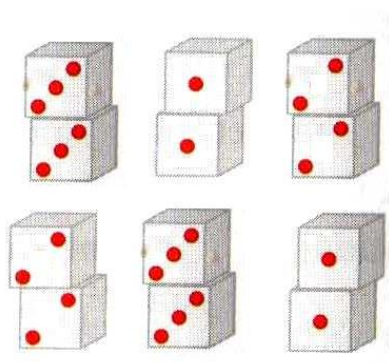
Folha de registo da tarefa *Dados com pinta*



Nome \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

### Dados com pinta

Observa os dados seguintes



Consegues descobrir quantas pintas têm os dados? Indica diferentes formas de contar rapidamente as pintas dos dados.

Explica como pensaste. Podes recorrer a palavras, desenhos ou expressões.

